
Untersuchung des Einflusses von Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln

Am Fachbereich Maschinenbau der
Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Sebastian Kurt Fischer
aus Bad König

Berichterstatter: Prof. Dr. rer. nat. Hermann Winner

Mitberichterstatter: Prof. Dr. Christian Beidl

Tag der Einreichung: 24.01.2017

Tag der mündlichen Prüfung: 18.04.2017

Darmstadt 2017

D 17

Fischer, Sebastian Kurt: Untersuchung des Einflusses von Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln
Darmstadt, Technische Universität Darmstadt,
Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUpriints: 2018
URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-75122
Tag der mündlichen Prüfung: 18.04.2017
Veröffentlicht unter CC BY-SA 4.0 International
<https://creativecommons.org/licenses>

Erklärung

„Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbständig verfasst habe.“



Bad König, den 23. Januar 2017

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Fahrzeugtechnik (FZD) der technischen Universität Darmstadt im Zeitraum von Juni 2011 bis Juni 2015.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. rer. nat. Hermann Winner, dem Leiter des Fachgebietes Fahrzeugtechnik, für die hervorragende und zielführende Betreuung. Durch die tiefgehenden Diskussionen, die Unterstützung hinsichtlich der fachlichen Ausrichtung der Arbeit, aber auch die gewährten Freiräume in der Forschung hat er maßgebend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr. Christian Beidl, dem Leiter des Instituts für Verbrennungskraftmaschinen und Fahrzeugantriebe der Technischen Universität Darmstadt, danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferates.

Die Inhalte der Dissertation wurden im Rahmen eines Forschungsprojekts in Zusammenarbeit mit der Continental Teves AG & Co. oHG erarbeitet. Für die stets vortreffliche Unterstützung möchte ich mich bei Herrn Dr. Angelo Sarda, Herrn Ulrich Ungethüm, Herrn Dr. Raoul-Roman Kühn und Herrn Dr. Martin Semsch und allen weiteren Beteiligten bedanken.

Das Forschungsprojekt war Teil eines Projektverbundes mit dem Titel „Einflussanalyse Heißrubbeln“ bestehend aus dem Fachgebiet Fahrzeugtechnik (FZD) der Technischen Universität Darmstadt und den drei Unternehmen Continental Teves AG & Co. oHG, Daimler AG und TMD Friction Holdings GmbH. Ich danke auch hier allen Beteiligten für Ihre Mithilfe. Hierbei sind im speziellen Herr Dr. Ronaldo Nunes, Herr Dr. Karl Häsler und Herr Ralf-Joachim Conhoff von der Daimler AG, sowie Herr Enrique Wegmann und Herr Wolfgang Hoffrichter von TMD Friction zu nennen.

Persönlich möchte ich mich bei Herrn Maximilian Könning bedanken, meinem Mitstreiter auf Seiten der Daimler AG, dessen parallel durchgeführte Promotion im Projektverbund zu vielen gemeinsamen Workshops und fachlichen Diskussionen geführt hat. Ich denke unser gegenseitiger Rückhalt hat uns beiden auf dem Weg zur Promotion geholfen. Danke Max!

Ebenfalls persönlich möchte ich meinen Bürokollegen Mathias Haag, Florian Füllgrabe und Gunther Seipel aus dem Bremsencenter (FZD) herzlich danken. Der freundschaftliche gemeinsame Umgang im Büro hat immer motiviert weiter am Thema zu bleiben. Danke euch drei!

Abschließend gilt mein größter Dank meiner Familie. An meine Eltern Bruno und Karin Fischer, sowie meinen Bruder David Fischer: Ohne eure Unterstützung über meinen gesamten Werdegang wäre ich heute nicht an diesem Punkt. Danke!

Sebastian Fischer

Bad König, den 23. Januar 2017

Inhaltsverzeichnis

Erklärung	III
Vorwort	IV
Inhaltsverzeichnis	V
Abkürzungen	VII
Formelzeichen und Indizes	VIII
Zusammenfassung	X
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Zielsetzung	1
1.2 Methodik und Aufbau der Arbeit	3
2 Stand der Forschung und Technik	5
2.1 Grundlegendes zum Bremsenrubbeln	5
2.1.1 Erregungsquellen und Auswirkungen	5
2.1.2 Unterscheidung von Heiß- und Kaltrubbeln	6
2.2 Reibbelagseitige Einflussgrößen	8
2.2.1 Mechanische Bremsbelageigenschaften	8
2.2.2 Tribologische Bremsbelageigenschaften	12
2.2.3 Thermische Bremsbelageigenschaften	16
2.2.4 Geometrie des Bremsbelags	19
2.2.5 Reibmaterialzusammensetzung	21
2.3 Werkstoffverhalten – Dynamische mechanische Bremsbelageigenschaften	24
2.3.1 Nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten	25
2.3.2 Hysterese- bzw. Dämpfungsverhalten	25
2.3.3 Viskoelastisches Verhalten	26
3 Methodik	31
3.1 Zentraler Ansatz der Untersuchung	31
3.2 Methodik des Vorgehens	33
4 Modellbildung	35
4.1 Erklärungsmodell von Heißrubbeln	35
4.2 Analytische Modellbildung zur Einflussanalyse	38
4.2.1 Aufteilung der umgesetzten Reibleistung	38
4.2.2 Bremsattelmodell	39
4.2.3 Bremsbelagmodell	43
4.3 Fazit der Modellbildung	46
5 Versuchsmethodik der Einflussanalyse	48
5.1 Statistische Versuchsplanung - Variation der Produktionsmöglichkeiten	48
5.2 Untersuchung am Schwungmassenprüfstand	50
5.2.1 Versuchsdesign	50
5.2.2 Versuchsaufbau und Messgrößen	52

5.3	Regressionsanalyse	56
5.3.1	Definition der Einflussgrößen der Regression	57
5.3.2	Kenngrößen von Heißrubbeln	59
5.3.3	Ablaufstruktur der Regression.....	65
5.4	Fazit der Einflussanalyse.....	77
6	Ordnungsanalyse von Heißrubbeln.....	79
6.1	Ordnungsbänder.....	80
6.1.1	Hohes Ordnungsband – Ordnungsgetreues Verhalten	80
6.1.2	Hohes Ordnungsband – Frequenzgetreues Verhalten	83
6.1.3	Übertragbarkeit auf Verzögerungsbremnungen	87
6.1.4	Häufigkeit des Auftretens der Phänomene.....	88
6.2	Erweiterung der bekannten Wirkungskette	89
7	Ergebnisse der Regressionsanalyse.....	92
7.1	Eingangsgrößen der Regression	92
7.2	Zielgrößen der Regression	95
7.3	Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln	100
7.3.1	Einfluss auf die Bremsmomentschwankungen.....	101
7.3.2	Einfluss auf die Bremsscheibenverformung	109
7.3.3	Einfluss auf die Temperaturverteilung.....	119
7.3.4	Einfluss auf die Bremsdruckschwankungen	121
7.3.5	Reproduzierbarkeit.....	125
7.3.6	Unabhängigkeit vom Prüfablauf.....	128
7.3.7	Ordnungsbandabhängiger Einfluss der Bremsbelageigenschaften.....	130
7.4	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	133
7.4.1	Verhalten der Vorhersagemodelle	134
7.4.2	Übertragbarkeit der Ergebnisse	139
7.4.3	Potentielle Erweiterungen der Versuchsmethodik.....	140
8	Fazit	142
A	Anhang	145
A.1	Bremsbelageigenschaften Messverfahren.....	145
A.1.1	Eigenfrequenzanalyse	145
A.1.2	Ultraschallanalyse	147
A.1.3	Kompressibilitätsmessung.....	149
A.1.4	Spezifische Materialkompressibilität.....	149
A.2	Viskoelastizität.....	151
A.2.1	Definition und Phänomene.....	151
A.2.2	Temperatureinfluss.....	153
A.3	Regressionsanalyse	153
A.3.1	Beurteilung von Modellgüte.....	153
A.3.2	Variationen der Einflussgrößen als Reziproke	154
A.3.3	Kolbenseitige Temperaturverteilung.....	158
	Literaturverzeichnis	159

Abkürzungen

Abkürzung	Beschreibung
<i>BTV</i>	Brake Torque Variation - Bremsmomentschwankung
<i>BPV</i>	Brake Pressure Variation - Bremsdruckschwankung
<i>DOE</i>	Design of Experiments – Statistische Versuchsplanung
<i>DTV</i>	Disk Thickness Variation – Scheibendickenschwankung
<i>ECE</i>	Economic Commission for Europe
<i>E-Modul</i>	Elastizitätsmodul
<i>FFT</i>	Fast Fourier Transformation
<i>FM</i>	Friction Material
<i>FS</i>	Faustseite
<i>G-Modul</i>	Schubmodul
<i>KS</i>	Kolbenseite
<i>NAO</i>	Non Asbestos Organic
<i>PP</i>	Prozessparameter
<i>RM</i>	Reibmaterial
<i>SDOF</i>	Single degree of freedom
<i>SRO</i>	Side Face Run-Out – Scheibenschlag
<i>ZS</i>	Zwischenschicht

Formelzeichen und Indizes

Lateinische Buchstaben:

Zeichen	Einheit	Bezeichnung
A	m^2	Fläche
b	$J/(Km^2\sqrt{s})$	Wärmeeindringkoeffizient
c_p	J/kgK	Spezifische Wärmekapazität
C	$./.$	Koeffizientenvektor der Regression
d_i	mm	Dicke
d	kgm^2/s	Dämpfungskonstante
D	$\%$	Dämpfungsmaß
DTV	μm	Bremsscheibendickenschwankung
E	N/mm^2	Elastizitätsmodul
f	Hz	Frequenz
F	N	Kraft
h	m	Probenhöhe / Schwerpunkthöhe
i	$./.$	Ordnung
j	$./.$	Umdrehung
k	N/mm	Steifigkeit
$K6$	μm	Kompressibilitätsmaß
L	m	Probenlänge
m	$./.$	Laufvariable für Folgen der Schleppbremsungen
m_i	kg	Masse
M	Nm	Moment
n	$./.$	Dominante Ordnung
p	bar	Druck bzw. Bremsdruck
P	J/s	Leistung
\dot{Q}	J/s	Wärmestrom
r	mm	Radius
R	Ks/J	Wärmeleitwiderstand
R^2	$./.$	Bestimmtheitsmaß
SRO	μm	Signal des Scheibenschlages
t	s	Zeit
T	$^{\circ}C$	Temperatur
v	μm	Signal der Verwellung
V	cm^3	Volumen
VIF	$./.$	Varianzinflationsfaktor
w	μm	Wegsignal der kapazitiven Sensoren
x	m	Weg
X	$./.$	Eingangsvektor der Regression
Y	$./.$	Zielgröße der Regression
\check{Y}	$./.$	Modellvorhersage der Regression
z	mm	Weganregung

Griechische Buchstaben:

Zeichen	Einheit	Bezeichnung
λ	W/(mK)	Wärmeleitungskoeffizient
α	./.	Zuwachsrate pro Umdrehung
ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit
μ	./.	Reibbeiwert
ρ	g/cm ³	Dichte
φ	°	Drehwinkel
γ	%	Anteil der in die Bremsscheibe geleiteten Reibleistung

Indizes:

Zeichen	Bezeichnung
adj	adjusted
B	Bremmung
BB	Bremsbelag
BS	Bremsscheibe
Bu	Bushing
dom	dominant
dyn	dynamisch
D	Dichtring
eff	effektiver
end	Abbruchbedingung
FS	Faustseite
\overline{FS}	Mittelwert über den Radius des faustseitigen Reibrings
HK	Hammerkopf
Hyd	Hydraulik
i	Ordnung
j	Umdrehung
k	Nr. der Bremsbelag Variante bzw. Prototyps
l	Radien auf der Bremsscheibe
K	Koblen
KS	Kolbenseite
\overline{KS}	Mittelwert über den Radius des kolbenseitigen Reibrings
L	Leitung
m	Bremmung des Prüfprogramms
max	maximal
N	Normal
pp	„peak-to-peak“
pred	predicted
rel	relative
R	Reibung
RM	Reibmaterial
S	Sattel
SP	Spannkraft
tang	tangential
th	thermisch
v	vorne
Ü	Übertragungsstrecke
ZS	Zwischenschicht

Zusammenfassung

Die Reibbremse im Fahrzeug erfüllt nicht nur deren Funktion durch Umwandlung von kinetischer Energie in Wärme, sondern verursacht dabei auch komfortbeeinträchtigende Schwingungen im Fahrzeug. Hierzu zählt auch das sogenannte Heißrubbeln, das durch im Bremssystem entstehende Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen hervorgerufen wird. Ziel der vorliegenden Arbeit ist, eine Untersuchungsmethodik zu entwickeln und umzusetzen, die es ermöglicht, die Einflussgrößen des Bremsbelags auf das Phänomen Heißrubbeln zu identifizieren und zu quantifizieren.

Aufbauend auf einem bestehenden Erklärungsmodell von Heißrubbeln wird ein Simulationsmodell der entstehenden Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen formuliert, das zur Identifikation und Definition der zu untersuchenden Bremsbelageigenschaften dient. Aufgrund der im Produktionsprozess nicht unabhängig variierbaren Eigenschaften des Bremsbelags wurde aufgezeigt, dass zur experimentellen Untersuchung der Einflussgrößen die Regressionsanalyse das geeignete Werkzeug aus der Statistik darstellt. Zur Durchführung der Regressionsanalyse wird ein Versuchsdesign am Schwungmassenprüfstand entwickelt, mittels dessen Bremsbelagprototypen unter möglichst konstanten Randbedingungen hinsichtlich Heißrubbeln vermessen werden. Die Prototypen werden durch eine zweistufige vollfaktorielle Variation derjenigen Produktionsmöglichkeiten von Bremsbelägen hergestellt, welche die im Simulationsmodell identifizierten Bremsbelageigenschaften beeinflussen. Aus den Versuchsdaten am Schwungmassenprüfstand werden die Zielgrößen der Regressionsanalyse abgeleitet und die Zusammenhänge in Form von Regressionsmodellen empirisch ermittelt.

Durch Fourier-Transformation der gemessenen Kenngrößen Bremsmoment, Bremsdruck, Bremsscheibendeformation und Temperaturverteilung über den Reibring in den Frequenzbereich wird ermöglicht, eine Ordnungsanalyse von Heißrubbeln durchzuführen. Grundsätzlich lässt sich Heißrubbeln innerhalb der hohen Ordnungen (≥ 5 .) in die beiden Phänomene des ordnungsgetreuen und des frequenzgetreuen Verhaltens unterteilen und hinsichtlich deren Wirkungskette unterscheiden. Es konnte nachgewiesen werden, dass der verwendete Bremsbelag sowohl die initiale Deformation der Bremsscheibe als auch die resultierenden Bremsmomentschwankungen beeinflusst.

Für die Ergebnisse der Regressionsanalyse lässt sich festhalten, dass hohe Werte der Kenngrößen von Heißrubbeln jeweils mit einer Abnahme von Kompressibilität, Dämpfung und Wärmeeindringkoeffizienten korrelieren. Die Parameterkombinationen bei geringen Werten der Kenngrößen sind jedoch nicht isoliert zu benennen und werden durch Wechselwirkungsterme bestimmt.

1 Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Die Radbremse im Fahrzeug hat die primäre Aufgabe, die vorhandene kinetische Energie des Fahrzeugs in Wärme umzuwandeln und dabei das Fahrzeug zu verzögern. Die Sicherstellung dieser Funktion hat im Entwicklungsprozess oberste Priorität. Funktionelle Anforderungen an moderne Radbremsen umfassen im Allgemeinen die vier Bereiche Leistungsfähigkeit, Temperaturverhalten, Lebensdauer und Komfort¹. Die Bremse im Fahrzeug ist nicht nur der gewünschte Energiewandler zur Abbremsung des Fahrzeugs, sondern verursacht auch unterschiedliche komfortbeeinträchtigende Schwingungen im Fahrbetrieb. Durch die immer weiter fortschreitende Reduzierung von Motor-, Wind- und Abrollgeräuschen erreichen diese bremsinduzierte Schwingungen vermehrt die Wahrnehmung des Fahrers, so dass heutzutage etwa 50% des Entwicklungsaufwands der Radbremsen auf die Vermeidung von Geräuschen und Vibrationen entfallen². Eine Klassifizierung der bremsinduzierten Schwingungen entsprechend deren Frequenz und des Schwingungstyps der Vibration zeigt Abbildung 1.

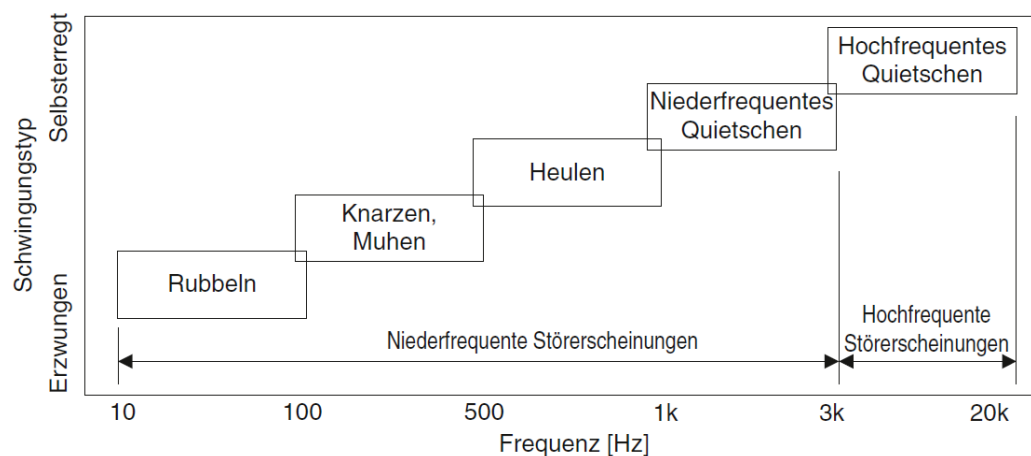


Abbildung 1: Übersicht bremsinduzierter Schwingungen³

¹ Pickenhahn, J.; Straub, T.: [Bremsenhandbuch, 2004], S.72

² Bittner, C.: [Reduzierung des Bremsrubbelns, 2006], S.2

³ Allgeier, R.: [Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Bremsenquietschen, 2002], S.3

Die beiden wesentlichen Bereiche der bremsinduzierten Schwingungen umfassen das Bremsenquietschen als selbsterregte Schwingung in einem hohen Frequenzbereich (1-10 kHz) und das Bremsenrubbeln als erzwungene Schwingung in einem niedrigen Frequenzbereich (1-100 Hz)³. Das Bremsenrubbeln wird hierbei nochmals unterteilt in Kalt- und Heißrubbeln.

Beim Kaltrubbeln verursacht ein Planlauffehler (engl. Side-Face-Runout, SRO), also eine Schiefstellung oder auch Verwellung der Bremsscheibe, einen ungleichmäßigen Verschleiß der Bremsscheibe über eine längere Laufzeit.⁴ Diese sogenannten Kaltauswaschungen haben eine Dickenvariation der Scheibe zur Folge (engl. Disc Thickness Variation, DTV), die bei Bremsungen zu Bremsmomentschwankungen (engl. Brake Torque Variation, BTV) und Bremsdruckschwankungen (engl. Brake Pressure Variation, BPV) führt. Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen, als die das Radbremssystem verlassenden Störgrößen, werden über die Elemente der Radaufhängung auf die Karosserie und die Lenkanlage, sowie über die Bremshydraulik auf die Bremsbetätigung weitergeleitet und vom Fahrer wahrgenommen⁵. Kaltrubbeln tritt vorrangig in 1. und 2. Ordnung auf und die Verformungen und Dickenfehler der Bremsscheibe lassen sich im kalten Zustand messen.

Im Gegensatz hierzu steht das Heißrubbeln, bei dem die Deformation und der Dickenfehler der Bremsscheibe und somit auch alle verbundenen Vibrationen erst während der Bremsung entstehen. Heißrubbeln ist hierbei eine erzwungene, raddrehzahlabhängige Vibration, die typischerweise bei leichten bis mittleren Bremsungen aus hohen Geschwindigkeiten auftritt. Die Bremsscheibendeformation führt auf den erhöhten Positionen zu einer erhöhten umgesetzten Reibleistung und damit zu einer über den Umfang der Bremsscheibe inhomogenen Temperaturverteilung, den sogenannten HotSpots.⁶ Die beim Heißrubbeln auftretenden Bremsscheibendeformationen sind reversibel im Gegensatz zu den irreversiblen Kaltauswaschungen beim Kaltrubbeln. Sie bilden sich demnach nach Abkühlen der Bremsscheibe wieder zurück⁷. Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen werden während der Bremsung wie beim Kaltrubbeln über die Übertragungskette zum Fahrer geleitet und äußern sich als Schwingungen des Lenkrads, Pulsationen des Bremspedals und Vibrationen des Sitzes bzw. der gesamten Karosserie⁸.

⁴ Engel, H. G.: [Bremserrregte Lenkunruhe in PKW, 1998], S.24

⁵ Schumann, M.: [Analysemethode zur Beurteilung des Bremsscheibenverschleißes, 2007], S.16

⁶ Sardá, A.: [Wirkungskette von Heißrubbeln, 2008], S.2

⁷ Fieldhouse, J. D.; Beveridge, C.: [Hot Judder, 2001], S.4

⁸ Fieldhouse, J. D.; Beveridge, C.: [Hot Judder, 2001], S.6

Der Einfluss des Bremsbelags auf Heißrubbeln wurde bereits in verschiedenen Arbeiten^{9,10} in der Vergangenheit untersucht und ist immer noch von Interesse in der Bremsenentwicklung. Hier ist bekannt, dass eine Abhängigkeit zwischen dem Auftreten von Heißrubbeln und dem Bremsbelag besteht, daher wird der Bremsbelag als eine gängige erste Maßnahme zur Einflussnahme auf das Phänomen variiert. Eine Systematik zur Variation der Bremsbeläge hinsichtlich ihrer Eigenschaften ist nicht bekannt. Hierbei wird zumeist nach der heuristischen Methode von Versuch und Irrtum vorgegangen. Diese ist oft mit kostenintensiven Versuchsreihen am Schwungmassenprüfstand oder dem Fahrzeug verbunden. Der Einfluss einzelner Bremsbelageigenschaften ist weder theoretisch noch empirisch soweit untersucht, dass sich daraus klare quantifizierbare Empfehlungen ableiten lassen, wie mit einer bestimmten Änderung der Belageigenschaften Heißrubbeln um einen bestimmten Betrag gemindert werden kann. Zusätzlich besteht die Problematik, dass die wesentlichen Eigenschaften des Bremsbelags nicht isoliert voneinander im Produktionsprozess variiert werden können und somit Wechselwirkungen berücksichtigt werden müssen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es demnach, eine Systematik zur Korrelationsanalyse zwischen Bremsbelageigenschaften und Heißrubbeln zu entwickeln mittels derer es möglich ist, die Signifikanz und Sensitivität der Auswirkungen einer Bremsbelagvariation zu bestimmen und präzisieren.

1.2 Methodik und Aufbau der Arbeit

Die Methodik und der Aufbau der Arbeit sind in Abbildung 2 dargestellt. Kapitel 1 führt allgemein in die Thematik und Motivation der Arbeit ein. In Kapitel 2 ist der Stand der Forschung und Technik bezüglich der grundlegenden Wirkungskette von Heißrubbeln, der bekannten Einflussgrößen des Bremsbelags auf Heißrubbeln und dem mechanischen Werkstoffverhalten des Reibmaterials zusammengefasst.

⁹ Cristol-Bulthe: [Coupling between friction mechanisms and transient thermal phenomena, 2007]

¹⁰ Kolluri, D.K.: [Graphite Particle size in friction materials, 2010], S.1472-1482

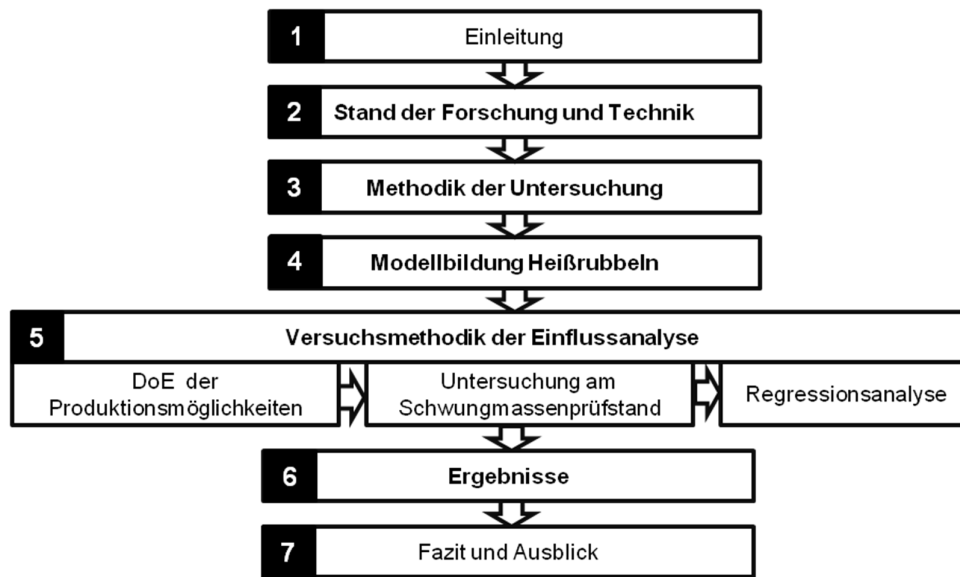


Abbildung 2: Methodik und Aufbau der Arbeit

Kapitel 3 stellt die grundsätzliche entwickelte Methodik zur systematischen Untersuchung des Einflusses des Bremsbelags auf Heißrubbeln vor. Die Ableitung der untersuchungsrelevanten Bremsbelageigenschaften ist das Ziel der Modellbildung von Heißrubbeln, die innerhalb von Kapitel 4 beschrieben wird.

Die Versuchsmethodik der Einflussanalyse innerhalb von Kapitel 5 umfasst zum einen die mittels der statistischen Versuchsplanung durchgeführte Variation der Produktionsmöglichkeiten von Bremsbelägen zur Beeinflussung der untersuchungsrelevanten Bremsbelageigenschaften und zum anderen den verwendeten Versuchsaufbau und das entwickelte Prüfprogramm am Schwingmassenprüfstand zur Messung einer innerhalb des Kapitels definierten Heißrubbelneigung. Die Regressionsanalyse zur Verknüpfung dieser Heißrubbelneigung mit den Bremsbelageigenschaften wird ebenfalls beschrieben.

Die Ergebnisse und Erkenntnisse der Untersuchung werden in Kapitel 6 dargestellt und hinsichtlich ihrer Reliabilität, Validität und Übertragbarkeit diskutiert. Kapitel 7 fasst die Ergebnisse in einem Resümee zusammen und gibt einen Ausblick hinsichtlich der Anwendbarkeit der Ergebnisse und des weiteren Forschungsbedarfs.

2 Stand der Forschung und Technik

Einen Überblick zum recherchierten Stand der Forschung hinsichtlich reibbelagseitiger Einflussgrößen auf Heißrubbeln wird im folgenden Kapitel gegeben. Dabei wird zunächst grundsätzlich die Unterscheidung von Kalt- und Heißrubbeln hinsichtlich deren Wirkungskette vorgestellt. Anschließend folgen die innerhalb der Fachliteraturrecherche gefundenen reibbelagseitigen Einflussgrößen auf Heißrubbeln. Hierbei wird in einem gesonderten Kapitel auf das dynamische mechanische Werkstoffverhalten des Reibmaterials eingegangen.

2.1 Grundlegendes zum Bremsenrubbeln

2.1.1 Erregungsquellen und Auswirkungen

Auswirkungen von Bremsenrubbeln, die durch den Fahrer wahrgenommen werden, können Bremspedalpulsation, Vibrationen der Räder und Sitze, Lenkraddreherschwingungen und Karosserieschwingen oder auch Dröhngeräusche umfassen. Ursachen bzw. Erregungsquellen stellen hierbei vor allem im Bremssystem entstehende Bremsdruckschwankungen (BPV, Brake Pressure Variation) und Bremsmomentschwankungen (BTV, Brake Torque Variation) dar. Abhängig vom Übertragungsweg auf den Fahrer, dem Bremssystem, der Lenkung oder Radaufhängung sind die wahrnehmbaren Auswirkungen unterschiedlich stark ausgeprägt.¹¹

Bremsdruckschwankungen (BPV) sind eine Folge von geometrischen Unregelmäßigkeiten der Bremsscheibe. Diese verursachen Schwankungen der Normalkraft zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe, welche sich über den Bremskolben auf das hydraulische System übertragen und sich in Form von Bremsdruckschwankungen äußern. Die Druckschwankungen werden über den Hauptbremszylinder und den Bremskraftverstärker zum Bremspedal und damit dem Fahrer weitergeleitet. Dies kann zu einer der beschriebenen störenden Auswirkungen der Pedalpulsation führen. BPV sind in ihrer Frequenz von der Raddrehzahl und in ihrer Amplitude von den geometrischen Unregelmäßigkeiten der Bremsscheibe abhängig.¹²

¹¹ Pickenhahn, J.; Straub, T.: [Bremsenhandbuch, 2004], S.72

¹² Grochowicz, J.: [Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen, 1995], S.3

Bremsmomentschwankungen (BTV) entstehen einerseits durch statische und dynamische geometrische Unregelmäßigkeiten der Bremsscheibe. Hierbei wird in der Kontaktfläche zwischen Belag und Scheibe analog zu den BPV eine Schwankung der Normalkraft und damit durch die Kopplung über den Reibwert eine Schwankung der Umfangskraft erzeugt, die im direkten Zusammenhang mit dem Bremsmoment steht.¹³ Des Weiteren können lokale Reibwertunterschiede ein Grund für Bremsmomentschwankungen sein.¹⁴ Dies kann die Fahrzeugachse zu Schwingungen anregen, die über den Lenkstrang sowie die Radaufhängung an den Fahrer übertragen werden können.¹⁵ In ihrer Amplitude sind BTV von der geometrischen Unregelmäßigkeit der Bremsscheibe und in ihrer Frequenz von der Raddrehzahl abhängig.¹⁶

2.1.2 Unterscheidung von Heiß- und Kaltrubbeln

Kaltrubbeln

Resultierten die BPV und BTV aus statisch vorhandenen geometrischen Unregelmäßigkeiten der Bremsscheibe spricht man von Kaltrubbeln. Diese geometrischen Unregelmäßigkeiten bestehen aus Bremsscheibendickenschwankungen (DTV, Disk Thickness Variation) sowie Scheibenschlag (Side Face Run-Out, SRO) und entstehen auf unterschiedliche Weise wie in Abbildung 3 dargestellt.

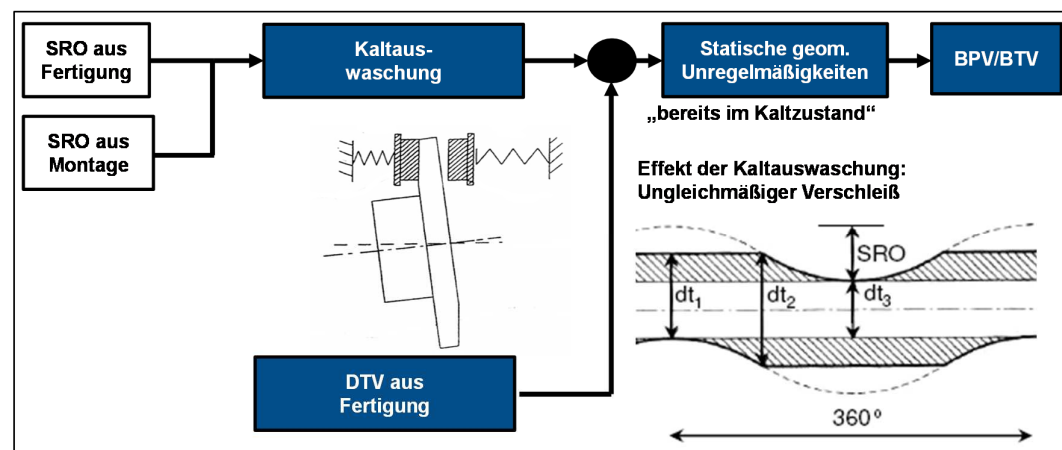


Abbildung 3: Wirkungskette des Kaltrubbelns¹⁷

¹³ Sardá, Angelo H.: [Wirkungskette Hotspots, 2009], S.13

¹⁴ De Vries, Alexander; Wagner, Mark: [Brake Judder Phenomenon, 1992], S.26

¹⁵ Engel, Hans Georg: [Bremserrigte Lenkunruhe, 1998], S.105

¹⁶ Grochowicz, J.: [Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen, 1995], S.61

¹⁷ Engel, Hans Georg: [Bremserrigte Lenkunruhe, 1998]

Fertigungsbedingte DTV entstehen durch Ungenauigkeiten im Fertigungsprozess und sind an jeder Scheibe vorhanden. Scheibenschlag entsteht zum einen ebenfalls fertigungsbedingt und kann zum anderen beim Zusammenbau entstehen. Dabei addieren sich die Einzelteiltoleranzen mit denen der Radnabe.¹⁸ Zusätzlich kann es bei zu hohen Anzugsmomenten der Radmutter oder Verunreinigungen auf der Anlagefläche zu einer Deformation der Scheibe kommen. Die DTV aus der Fertigung überlagern sich mit denen beim Fahren generierten DTV. Diese entstehen durch einen unregelmäßigen Schleifkontakt zwischen Scheibe und Bremsbelag im ungebremsten Betrieb durch den zuvor beschriebenen Scheibenschlag.¹⁷ Zur Verdeutlichung dieser sogenannten Kalt- auswaschungen ist deren Effekt ebenfalls in der Abbildung 3 dargestellt.

Heißrubbeln

Die Ursache von Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen unterscheidet sich beim Heißrubbeln vom Kaltrubbeln. Eine schematische Darstellung dieser Wirkungskette findet sich in Abbildung 4. Ursächlich für die entstehenden Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen sind hierbei dynamische reversible geometrische Unregelmäßigkeiten der Bremsscheibe. Diese setzen sich aus einer thermischen Deformation der Bremsscheibe in Form der Verwellung und aus den aufgrund unregelmäßiger Temperaturverteilung entstehenden Bremsscheibendickenschwankungen zusammen. Eine ausführliche Beschreibung dieser Wirkungskette befindet sich in Kapitel 4.1.

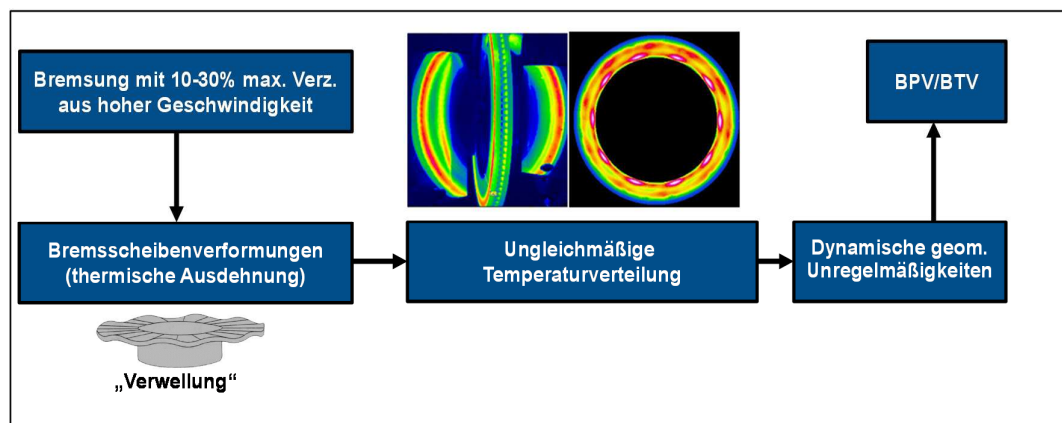


Abbildung 4: Wirkungskette des Heißrubbels nach Sardà¹⁹

¹⁸ Haag, M.; Sardà, A.: [Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln, 2007], S.24

¹⁹ Sardà, A.: [Wirkungskette Hotspots, 2009]

2.2 Reibbelagseitige Einflussgrößen

Der recherchierte Stand der Forschung hinsichtlich reibbelagseitiger Einflussgrößen auf Heißrubbeln wird im folgenden Kapitel wiedergegeben. Dabei wird jeweils im Anschluss an den Stand der Forschung jedes Teilgebietes aus Tabelle 1 ein Zwischenfazit gezogen, in dem die jeweiligen abgeleiteten Aussagen hinsichtlich der Beeinflussung von Heißrubbeln zusammengefasst und nach Möglichkeit in Formeln beschrieben werden.

Tabelle 1: Tabelle der Einzeleinflussgrößen

Einflussgröße	Teilgebiet
E-Modul	Mechanische Eigenschaften - Elastizität und Dynamik
Dämpfungskonstante	
Wärmeleitfähigkeit	Thermische Eigenschaften - Wärmetransport
Wärmekapazität	
Wärmeausdehnungskoeffizient	Thermomechanische Eigenschaften
Reibbeiwert	Tribologische Eigenschaften
Verschleißkoeffizient	
Belagdicke,-länge,-breite	Geometrische Eigenschaften
Porösität	Reibmaterialzusammensetzung
Bestandteiländerung	

2.2.1 Mechanische Bremsbelageigenschaften

E-Modul

Der Einfluss der Belagsteifigkeit bzw. der Kompressibilität wurde bereits von Sardá²⁰ als wichtige Einflussmaßnahme auf Heißrubbeln identifiziert. Durch eine verringerte Belagsteifigkeit bei gegebener Grundwelligkeit der Bremsscheibe ist eine bessere Anpassung des Belages an die Unregelmäßigkeiten der Oberfläche möglich. Hiermit ergibt sich eine gleichmäßigere Flächenpressungsverteilung zwischen den Reibpartnern, resultierend in einer homogenen Entstehung und Verteilung der Reibleistung. Angemerkt wurde jedoch ebenfalls, dass dieser Zusammenhang in der Praxis nur eingeschränkt umsetzbar ist. Das bei Bremsbelägen mit niedriger Steifigkeit benötigte Bremsflüssigkeitsvolumen ist besonders bei hoher Beanspruchung und hierbei auftretendem Fading sicherheitskritisch. Des Weiteren verursacht eine Verringerung der Steifigkeit ein ver-

²⁰ Sardá, A. H.: [Wirkungskette Hotspots, 2009]

schleißabhängiges, weiches Bremspedalgefühl, das nicht den Entwicklungsanforderungen entspricht.²⁰

Dieser Zusammenhang wird ebenfalls an verschiedenen anderen Stellen der Fachliteratur bestätigt.^{21,22,23} Innerhalb der genannten Fachliteraturquellen werden sowohl theoretische Untersuchungen auf Basis von Simulationen als auch experimentelle Untersuchungen am Schwungmassenprüfstand durchgeführt. Abbildung 5 zeigt hierbei beispielhaft in der Untersuchung nach Augsburg²⁴ den simulierten Einfluss des E-Moduls auf die generierten Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen in Abhängigkeit der Brems Scheibendickenschwankungen. Es wird deutlich, dass der Zusammenhang vom E-Modul zu BTV und BPV nicht linear ist. Allen innerhalb der Fachliteratur gefundenen experimentellen Untersuchungen hinsichtlich des E-Moduls ist jedoch gemein, dass keine Angaben zu den sich parallel ändernden Eigenschaften der untersuchten Bremsbeläge vorhanden sind.

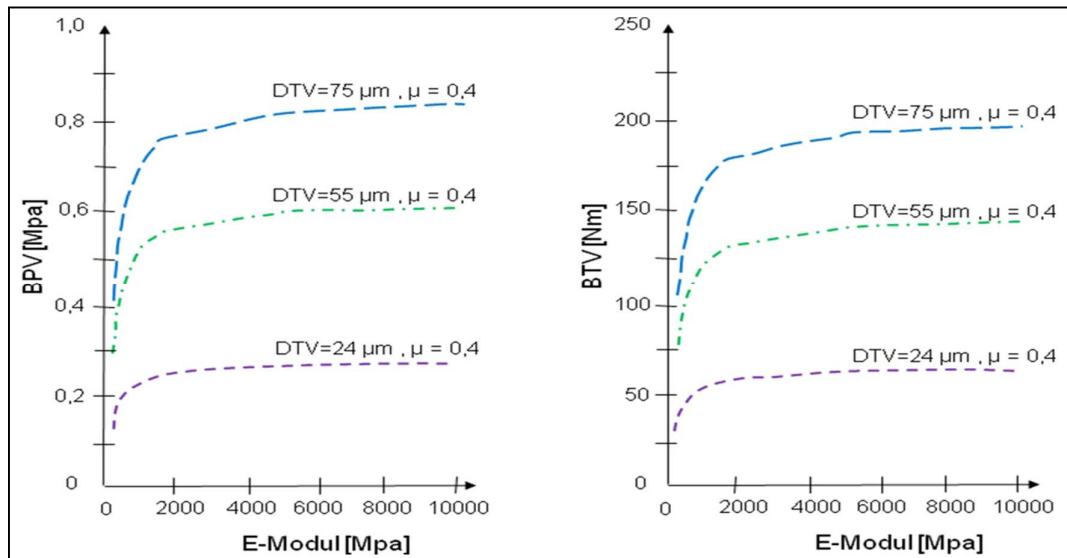


Abbildung 5: BPV und BTV über E-Modul des Bremsbelags²⁵

²¹ Breuer, B.; Bill, K. H.: [Bremsenhandbuch, 2006], S.153

²² Lee, K.; Dinwiddie, R. B.: [Conditions of Frictional Contact, 1998]

²³ Kao, T.K.; Richmond, J.W.; Douarre, A.: [Disc hot spotting, 2000]

²⁴ Augsburg, K.; Brunner, H.; Grochowicz, J.: [Rubbilverhalten von Scheibenbremsen, 1999], S.28

²⁵ Augsburg, K.; Brunner, H.; Grochowicz, J.: [Rubbilverhalten von Scheibenbremsen, 1999], S.28

Dämpfungskonstante

In der Fachliteratur existieren zur Dämpfung des Belages keine experimentellen Untersuchungen und nur wenige theoretische Modelle. Aussagen der Fachliteratur widersprechen sich jedoch hinsichtlich des Einflusses der Dämpfungskonstante des Reibmaterials auf Heißrubbeln. So wird einerseits mittels theoretischer Überlegungen festgestellt, dass eine hohe Materialdämpfung notwendig sei zur Vermeidung von Heißrubbeln²⁶ und andererseits wird durch Simulationen festgestellt, dass eine hohe Materialdämpfung die Bildung einer ungleichmäßigen Temperaturverteilung in Umfangsrichtung verstärken soll²⁷. Simulationsergebnisse sind in Abbildung 6 dargestellt. Festzuhalten ist, dass die der Simulation zugrunde gelegte Modellvorstellung hinsichtlich des eigentlichen Ablaufs der Wirkungskette von Heißrubbeln innerhalb eines anderen Forschungsprojekts²⁸ widerlegt wurde. Inwieweit die verwendete Simulation von dieser damit fehlerhaften Wirkungskette beeinflusst wird, ist jedoch nicht erkennbar. Auch wenn sich die Fachliteratur widerspricht, scheint die Materialdämpfung einen Einfluss zu haben. Dieser wurde jedoch in Bezug auf Heißrubbeln in noch keiner bekannten experimentellen Untersuchung betrachtet.

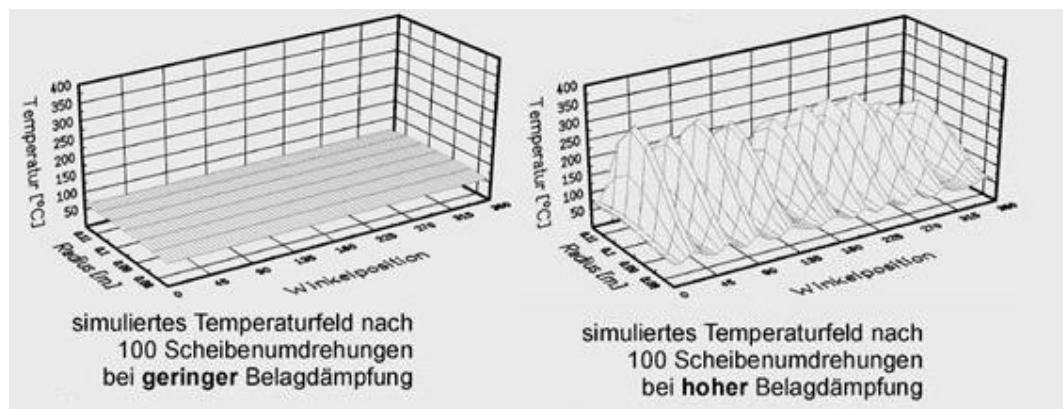


Abbildung 6: Numerische Simulation der Temperaturfelder bei unterschiedlicher Belagdämpfung (bei einer Drehzahl von 1300 U/min)²⁹

²⁶ De Vries, A.; Wagner, M.: [Brake Judder Phenomenon, 1992], S.30

²⁷ Steffen, T.; Bruns R.: [Hotspotbildung, 1998]

²⁸ Sardá, A. H.: [Wirkungskette Hotspots, 2009]

²⁹ Steffen, T.; Bruns R.: [Hotspotbildung, 1998]

Zwischenfazit der mechanischen Einflussgrößen des Bremsbelags

In der Fachliteratur sind sowohl numerische als auch experimentelle Untersuchungen von Reibbelägen mit unterschiedlichem E-Modul erfolgt. Der materialspezifische kombinierte E-Modul des Reibungskuchens (E_{BB}), also des Reibmaterials (RM) und der Zwischenschicht (ZS) wird nach Formel (1) einen Einfluss auf die Drucksteifigkeit (k_{BB}) des Belages haben. Hierbei ist der kombinierte E-Modul des Reibungskuchens jedoch keine Konstante, sondern eine nichtlineare Kennlinie abhängig von der Prüflast³⁰.

$$k_{BB} = \frac{E_{BB} \cdot A_{BB}}{d_{BB}} = \frac{1}{k_{RM}^{-1} + k_{ZS}^{-1}} = \frac{A_{BB}}{d_{RM}/E_{RM} + d_{ZS}/E_{ZS}} \quad (1)$$

Erkennbar wird, dass die Drucksteifigkeit ebenfalls von der geometrischen Belagfläche sowie von der Belagdicke abhängig ist. Ist es möglich, die Steifigkeiten, bzw. die beiden E-Module von RM und ZS separat zu messen, kann die Drucksteifigkeit als zwei in Serie verschaltete Federn dargestellt werden. Neben der Drucksteifigkeit des Belages hat die Steifigkeit der Übertragungsstrecke zwischen Pedal und Bremskolben einen Einfluss. Die beiden Steifigkeiten sind hierbei in Serie verschaltet. Durch die Verformung der Scheibe (DTV, SRO) entstehen vom Drehwinkel der Bremsscheibe abhängige Weganregungen $z(\varphi)$, wodurch alle Komponenten im System zu Schwingungen angeregt werden. Bei einem steifen Belag wird eher die Übertragungsstrecke entsprechend ihrer Drucksteifigkeit ($k_{\ddot{U}}$) nachgeben, bei einem nachgiebigeren Bremsbelag wird sich dieser eher verformen, um der Weganregung zu entgehen. Die Normalkraft zwischen Belag und Scheibe ergibt sich, unter der Annahme eines masse- und reibungsfreien Systems, aus dem mittleren Kraftanteil $F_0 = p_0 \cdot A_K$ der beim initialen Bremsruck p_0 verspannten Steifigkeiten und dem Kraftanteil der durch die überlagerten Weganregung $z(\varphi)$ verspannten Steifigkeiten nach Formel (2). Vereinfachend wird hier zunächst von einer konstanten Drucksteifigkeit des Bremsbelags und unbewegtem Bremssattel ausgegangen.

$$F_N(\varphi) = k_S \cdot z_0 + k_S \cdot z(\varphi) = k_S \cdot z_0 + \frac{1}{k_{BB}^{-1} + k_{\ddot{U}}^{-1}} \cdot z(\varphi) \quad (2)$$

mit $F_0 = k_S \cdot z_0$

$$F_N(\varphi) = F_0 + \frac{1}{k_{BB}^{-1} + k_{\ddot{U}}^{-1}} \cdot z(\varphi)$$

Folglich entsteht bei gegebener Weganregung für einen Belag mit geringer Steifigkeit eine geringere Schwankung der Normalkraft zwischen Belag und Scheibe und somit geringere BPV. Zusätzlich wird bei einem nachgiebigen Belag eine größere Reibfläche,

³⁰ Haag, M.; Sardá, A.: [Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln, 2007]

durch die bessere Anpassung an die Unebenheiten der Scheibe entstehen. Im optimalen Fall ist diese Reibfläche so groß wie die geometrische Belagfläche. Beide Effekte, die Schwankungen der Normalkraft sowie die Veränderung der Reibfläche führen zu einer ungleichmäßigen Flächenpressung über den Umfang der Scheibe und damit auch zu einer schwankenden Umfangskraft und zu einem schwankenden Bremsmoment (BTV).

Eine hohe Dämpfungskonstante des Belages wird bei einer Geschwindigkeitsanregung durch die rotierende verformte Scheibe (DTV, SRO) zu einer höheren Normalkraft zwischen Belag und Scheibe führen. Der dynamische Anteil der Normalkraft, der durch Dämpfung entsteht, erhöht dabei die Schwankungen der Normalkraft. Formel (2) muss daher ergänzt werden um diesen dynamischen Anteil. Dabei wird hier vereinfachend zunächst eine konstante Dämpfung angenommen. Auch hier handelt es sich wieder um eine Serienschaltung der Dämpferelemente für den kombinierten Reibungskuchen und die Übertragungstrecke (alternativ auch als drei Dämpfer in Serie bzw. drei Kelvin-Voigt-Elemente darstellbar).

$$F_N(\varphi) = F_0 + \frac{1}{k_{BB}^{-1} + k_{Ü}^{-1}} \cdot z(\varphi) + \frac{1}{d_{BB}^{-1} + d_{Ü}^{-1}} \cdot \dot{z}(\varphi) \quad (3)$$

Eine höhere Schwankung der Normalkraft wirkt sich auf die umgesetzte Reibleistung nach Formel (4) aus.

$$P_B(\varphi) = F_N(\varphi) \cdot \mu \cdot v_R \quad (4)$$

Demnach führt eine hohe Dämpfungskonstante zu einer höheren Schwankung der umgesetzten Reibleistung und somit zu einer ungleichmäßigeren Temperaturverteilung. Würde man die Steifigkeiten im System vernachlässigen, würden nach diesem Modell die Hotspots immer an den Stellen der größten Geschwindigkeitsanregung entstehen. Diese wären bei harmonischer Weganregung durch die Scheibenverformung in den ansteigenden Flanken der Wellen zu finden.

2.2.2 Tribologische Bremsbelageigenschaften

Reibbeiwert

Eine numerische Untersuchung³¹ mittels eines Simulationsmodells beschreibt den Einfluss des Reibbeiwerts auf die entstehenden Bremsmomentschwankungen. Die Simulation erfolgt hierbei unter der Annahme konstanter BPV und simulierter konstanter Verzögerung des Fahrzeuges. Abbildung 7 zeigt die Ergebnisse dieser Simulation. Die berechneten BTV fallen mit dem Reibwert ab. Daher sollte der Reibbeiwert zur Reduzierung von Heißrubbeln möglichst tief gewählt werden.

³¹ Augsburg, K.; Brunner, H.; Grochowicz, J.: [Rubbilverhalten von Scheibenbremsen, 1999], S.29

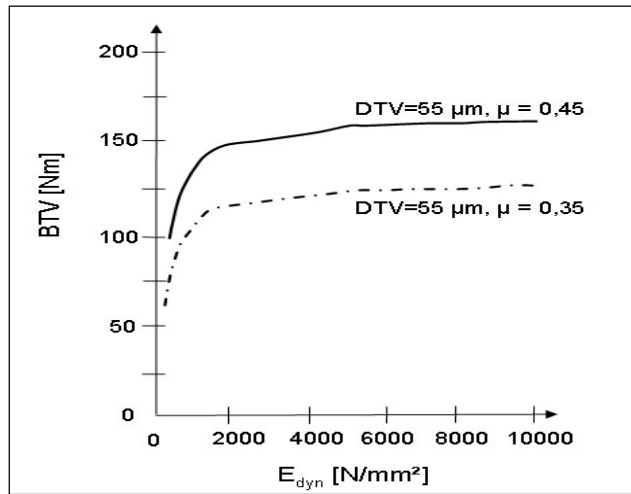


Abbildung 7: Numerisch simulierter Einfluss des Reibbeiwerts auf entstehende BTV³¹

Theoretische Überlegungen^{32,33} zu dem Einfluss des Reibbeiwerts führen ebenfalls zu der Aussage, dass die Heißrubbelneigung durch einen geringeren Reibbeiwert reduziert wird. Hintergrund ist hierbei, dass zum Erreichen eines bestimmten Bremsmoments mit einem geringeren Reibbeiwert ein erhöhter Bremsdruck notwendig ist und dieser zum besseren Anliegen des Bremsbelags führt. Dadurch entsteht eine gleichmäßigere Druck- und somit Temperaturverteilung.

Der Reibbeiwert zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag kann durch die in Umfangrichtung ungleichmäßige thermomechanische Belastung Schwankungen unterliegen. Dies wurde in Untersuchungen auch experimentell nachgewiesen.³⁴ Der sich beim Bremsen bildende Reibungsfilm besteht aus den abrasiv abgetragenen Partikeln der Reibpartner Bremsscheibe und Bremsbelag. Diese Zwischenschicht wird nun je nach Position in Umfangrichtung unterschiedlichen thermomechanischen Belastungen ausgesetzt. Im Unterschied zwischen den Tälern und Bergen der Welligkeit ergibt sich folgendes Bild der Reibschicht.

³² Jacobsson, H.: [Disc brake judder, 2003], S.423

³³ Thureson: [Material properties on sliding contact, 2004], S.459

³⁴ Cristol-Bulthe, A.-L.; Desplanques, Y.; et al.: [Coupling of friction and thermal phenomena, 2006], S.4

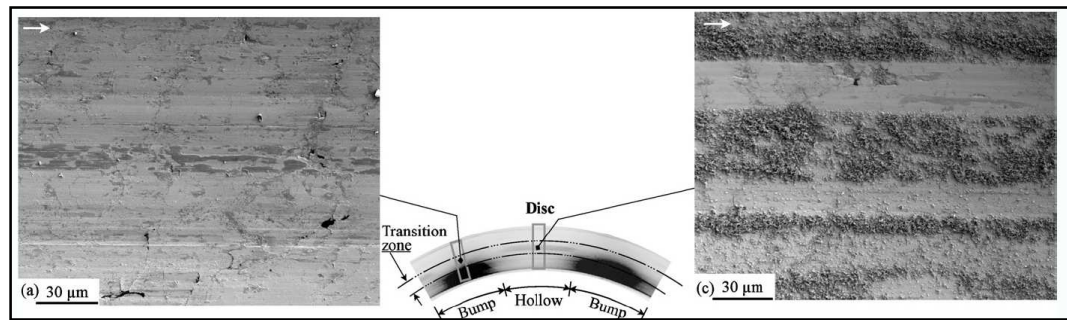


Abbildung 8: Vergleich des Reibungsfilms zwischen Tälern und Bergen der verwellten Brems-scheibe³⁴

Auf den Bergen kommt es zu der Ausbildung von sogenannten tragenden Plateaus, die durch die an diesen Positionen höhere umgesetzte Reibleistung entstehen (höhere Flächenpressung und damit höhere Temperatur). In den Tälern stellt sich der Reibungsfilm als nicht komprimiertes Pulver dar. Diese unterschiedliche Ausbildung des Reibungsfilms resultiert in einem, über den Umfang der Bremsscheibe schwankenden Reibbeiwert und trägt somit ebenfalls zur Entstehung der BTV und BPV beim Heißrubbeln bei.

Verschleißkoeffizient

Eine Untersuchung³³ hinsichtlich des Verschleißkoeffizienten des Belages in Bezug auf Heißrubbeln sagt aus, dass ein geringer Verschleißkoeffizient zu Hotspots und damit schlechterem Heißrubbelverhalten führt. Dies wird damit begründet, dass ein hoher Verschleißkoeffizient zu einer ebenen und großen Reibfläche in der Kontaktzone führt und damit geringere Druckspitzen entstehen. Verbunden damit ist allerdings ein häufiger Wechsel der Reibmaterialien, was beim Pkw zu höheren Instandhaltungskosten führt.

Eine theoretische Aussage³⁵ hinsichtlich des Verschleißkoeffizienten besagt, dass ein temperaturabhängiges Verschleißverhalten der Bremsbeläge eine wirksame Maßnahme zur Abschwächung der Selbstverstärkungseffekte der Hotspotbildung darstellen könnte, da sich in den durchgeführten Versuchen der Kontaktbereich zwischen Bremsbelägen und Bremsscheibe stark auf die Bereiche der Hotspotringe konzentriert. Es wird jedoch festgehalten, dass ein ungleichmäßiger Verschleiß in radialer Richtung einen Einfluss auf die Homogenität der Flächenpressungsverteilung bei Folgebremsungen hat und somit als kritisch begutachtet werden muss.

³⁵ Sardá, A. H.: [Wirkungskette Hotspots, 2009], S.98

Zwischenfazit zu den tribologischen Einflussgrößen des Bremsbelags

Aus den Erkenntnissen der Literaturrecherche wird die Aussage abgeleitet, dass die Heißrubbelleigung durch einen geringeren Reibbeiwert reduziert wird. Bei einem geringen Reibbeiwert und idealisiert konstantem Reibradius wird nach Formel (5) für das gleiche Bremsmoment ein höherer Bremsdruck notwendig. Hierbei wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Kolbenkraft der Normalkraft zwischen Belag und Scheibe entspricht.

$$M(\varphi) = 2r_{\text{eff}} \cdot \mu \cdot F_N(\varphi) = 2r_{\text{eff}} \cdot \mu \cdot p_B \cdot A_K \quad (5)$$

Der höhere Bremsdruck führt dazu, dass der Belag fester an die Unebenheiten der Scheibe angepresst wird und dadurch besser anliegt. Es entsteht eine gleichmäßigere Druck- und somit Temperaturverteilung. Die Ursache dieser Verbesserung ist aber weniger dem Reibbeiwert zuzurechnen, als vielmehr der mit dem Bremsdruck geänderten Bremssituation, da Heißrubbeln bei geringen bis mittleren Bremsdrücken entsteht. Dabei ist zu beachten, dass die Betätigungsarbeit bei gleichbleibender Steifigkeit des Belags sogar quadratisch mit μ^{-1} ansteigen würde und damit zu einer erheblichen Veränderung der Auslegung von Hauptzylindervolumina und Bremskraftverstärkung führen würde.

Ein hoher Verschleißkoeffizient des Belages wird im Verlauf einer Bremsung zu einem Verschleißbild des Belags entsprechend der Verformungen der Bremsscheibe führen. Hierdurch würde der Selbstverstärkungseffekt der Hotspotbildung geschwächt werden, da es durch den in radialer Richtung breiteren Kontaktbereich zwischen den Reibpartnern ebenfalls zu einem homogenen Energieeintrag in die Bremsscheibe kommt. Die Energie wird nicht in erhöhtem Maße in die entstehenden Spitzen der Wellenberge der Hotspots eingeleitet (was zu deren selbstverstärktem Wachstum führen würde), sondern ebenfalls in die umliegenden tieferen Bereiche. Die Umsetzbarkeit dieser Maßnahme unter Gesichtspunkten der Anforderungen hinsichtlich Standzeiten ist fraglich. Ein ungleichmäßiger Verschleiß in radialer Richtung hat jedoch einen entscheidenden Einfluss auf die Flächenpressungsverteilung bei Folgebremungen und ist somit kritisch zu begutachten.

2.2.3 Thermische Bremsbelageigenschaften

Wärmeleitfähigkeit des Bremsbelags

Eine grundlegende Aussage der Fachliteratur³⁶ ist, dass durch eine hohe Wärmeleitfähigkeit des Bremsbelages die Bremsscheibe thermisch entlastet wird. Nachteilig ist jedoch die hierdurch höhere thermische Belastung der anderen Bremsenkomponenten.

Eine in der Fachliteratur gefundene theoretische Untersuchung³⁷ stellt fest, dass durch eine geringere Wärmeleitfähigkeit der Bremsbeläge mehr Wärmemenge in der Scheibe verbleibt. Weiterführend wird festgehalten, dass dadurch thermische Verformungen der Scheibe ansteigen und Heißrubbeln früher auftritt, bezogen auf das Erreichen einer Temperaturschwelle. Die Wärmeleitfähigkeit unterscheidet sich zwischen verschiedenen Materialkonzepten von Reibbelägen. Es wird festgehalten, dass NAO-Beläge eine geringere Wärmeleitfähigkeit als die semimetallischen Bremsbeläge besitzen und daher eher zum Heißrubbeln neigen würden. Auch wird zu bedenken geben, dass bei einer zu hohen Wärmeleitfähigkeit die Gefahr besteht, dass sich die Bremsflüssigkeit übermäßig erhitzt und Dampfblasenbildung auftritt, wodurch die Bremswirkung eingeschränkt wird.

Modellbetrachtungen bzw. Simulationen aus der Fachliteratur^{38,39} ergeben hinsichtlich der Vermeidung von Heißrubbeln ebenfalls eine möglichst hohe Wärmeleitfähigkeit des Bremsbelags. Als Begründung wird der hierdurch effektivere Abtransport von Wärme aus der Reibzone angebracht, der in niedrigeren Temperaturamplituden in Umfangsrichtung resultieren soll. Der Autor beschreibt jedoch eine Einschränkung, die sich durch die hohe Anzahl unterschiedlicher Werkstoffe im Reibmaterial ergibt. Werden viele metallische Anteile im Reibmaterial mit hoher thermischer Wärmeleitfähigkeit im Vergleich zu den ebenfalls enthaltenen Polymerwerkstoffen verwendet, um dessen Wärmeleitfähigkeit zu erhöhen, entstehen Temperaturgradienten im Belag, die zu inneren Spannungen führen und die hinsichtlich Rissbildung innerhalb des Reibmaterials als kritisch zu beurteilen sind.

Spezifische Wärmekapazität des Bremsbelags

Die einzige bekannte Aussage zum Einfluss der Wärmekapazität aus der Fachliteratur³⁹ besteht darin, dass zur Verringerung der Temperaturamplituden in Umfangsrichtung die

³⁶ Breuer, B.; Bill, K. H.: [Bremsenhandbuch, 2006], S.153

³⁷ Lee, K.; Dinwiddie, R. B.: [Conditions of Frictional Contact, 1998], S.173

³⁸ Jacobsson, H.: [Brake Judder Phenomenon, 2001], S.A19

³⁹ Thuresson: [Material properties on sliding contact, 2004], S.459

spezifische Wärmekapazität des Bremsbelags möglichst hoch sein soll. Die Auswirkung wird dahingehend beschrieben, dass bei gleicher Wärmezufuhr und konstantem Belagvolumen die Temperatur des Bremsbelags mit hoher spezifischer Wärmekapazität und die Temperatur in der Kontaktfläche geringer ausfallen und somit insgesamt die Neigung zu Hotspots reduziert wird.

Wärmeausdehnungskoeffizient

Innerhalb von theoretischen Untersuchungen⁴⁰ bezüglich der Wärmedehnung des Belages, wird festgestellt, dass eine hohe Wärmedehnung zu hohen lokalen Drücken und Temperaturen führt, wenn alle anderen Einflussgrößen konstant bleiben. Die hohe Wärmedehnung ist auch Ursache für die Rissbildung im Belag, da sich die Bestandteile im Belag unterschiedlich ausdehnen und Spannungen entstehen.

Weitere Untersuchungen⁴¹ gelangen ebenfalls zu der Erkenntnis, dass der Wärmeausdehnungskoeffizient so gering wie möglich gewählt werden sollte, um eine ebene Druckverteilung zu erhalten. Es wird die Hypothese aufgestellt, dass die hohe thermische Ausdehnung einer der Hauptgründe ist, die zu Hotspots führt.

Zwischenfazit der thermischen Einflussgrößen des Bremsbelags

Eine hohe materialspezifische Wärmeleitfähigkeit der Belagmischung verringert den Anteil der umgesetzten Reibleistung, der in die Bremsscheibe fließt, da hierdurch ein geringerer thermischer Widerstand innerhalb des Bremsbelags entsteht und Wärme leichter über den Bremsbelag abfließen kann. Der durch Wärmeleitung aus der Reibzone abgeleitete Wärmestrom $\dot{Q}_{L \rightarrow BB}$ ergibt sich nach der in Formel (6) dargestellten Gesetzmäßigkeit zu:

$$\dot{Q}_{L \rightarrow BB} = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \lambda_{BB} \frac{A_{BB}}{d_{BB}} \cdot (T_{Reibzone} - T_{Rückenplatte}) \quad \text{mit} \quad R_{th} = \frac{d_{BB}}{\lambda_{BB} \cdot A_{BB}} \quad (6)$$

Ersichtlich wird hierbei, dass auch der abgeführte Wärmestrom, ähnlich der Drucksteifigkeit, abhängig von den geometrischen Größen des Bremsbelags ist.

Die Erwärmung des Reibmaterials ist abhängig von dessen materialspezifischen Wärmekapazität c_p und Masse m_{BB} . Der durch die Kapazität gespeicherte Wärmestrom $\dot{Q}_{S \rightarrow BB}$ ergibt sich für den theoretischen Fall, dass nur durch Wärmeleitung aus der Reibzone ein Energiestrom dem Bremsbelag zugeführt wird und keine Energie abgeführt wird zu:

⁴⁰ Jacobsson, H.: [Brake Judder Phenomenon, 2001], S.A20

⁴¹ Thuresson: [Material properties on sliding contact, 2004], S.461

$$\dot{Q}_{S \rightarrow BB} = c_{p, BB} \cdot m_{BB} \cdot \dot{T}_{BB} = \lambda_{BB} \frac{A_{BB}}{d_{BB}} \cdot (T_{\text{Reibzone}} - T_{BB}) = \dot{Q}_{L \rightarrow BB} \quad (7)$$

Entsprechend der dargestellten Differenzialgleichung führt eine hohe Wärmekapazität der Belagmischung dazu, dass diese sich langsamer erwärmt und damit der aus der Reibzone abgeführte Wärmestrom durch Leitung in die Belagmischung länger einen höheren Wert beibehält.

Beide thermische Werkstoffeigenschaften, Kapazität und Leitfähigkeit, beeinflussen somit die Energieaufteilung der umgesetzten Reibleistung zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag. Die Auswirkungen auf Heißrubbeln sind hierbei für beide Komponenten zu unterscheiden. Für den Fall einer hohen spezifischen Wärmekapazität und Wärmeleitfähigkeit der Bremsbelagmischung wird der Bremsscheibe ein geringerer Energiestrom zugeführt. Für den Bremsbelag bedeutet der höhere zugeführte Energiestrom eine höhere Temperatur im Reibmaterial. Hierdurch sinkt dessen E-Modul und entsprechend der Wirkungskette verringern sich hierdurch entstehende BTV und BPV. Für die Wechselwirkung zwischen Temperatur und Steifigkeit der Bremsbelagmischung sei auf den späteren Abschnitt 2.3.3 verwiesen.

Ein hoher Wärmeausdehnungskoeffizient des Belages wird bei idealisierter thermischer Ausdehnung dazu führen, dass die Belagdicke während der Bremsung und steigender Bremsbelagtemperatur wächst. Dieser Effekt führt zu einer geringeren Drucksteifigkeit und wirkt sich wie in 2.2.1 beschrieben positiv aus. Die thermische Ausdehnung an einem beispielhaften Bremsbelag beträgt jedoch nur 0,2% der Dicke des Reibmaterials bei einer Erwärmung auf 260 °C⁴². Im realen Fall werden sich aufgrund unterschiedlicher Wärmedehnungskoeffizienten im Belag (Schichten, Inhomogenität, viele Materialien) bei der Ausdehnung innere Spannungen ergeben, die in Kombination mit einer inhomogenen Temperaturverteilung im Belag dazu führen, dass sich der Belag nicht gleichmäßig ausdehnt. Es kommt damit zu einer unebenen Anlagefläche von Belag an Scheibe und folglich zu Bereichen hoher Flächenpressung und einer stärkeren inhomogenen umgesetzten Reibleistung. Es wird vermutet, dass durch die hierdurch ebenfalls inhomogenere Temperaturverteilung auf und in der Bremsscheibe Heißrubbeln begünstigt wird.

⁴² Messung Wärmeausdehnung an Belagprobe – Raumtemperatur → 260°C im Hause TMD

2.2.4 Geometrie des Bremsbelags

Belagdicke

In Prüfstandsversuchen zum Heißrubbeln⁴³ wurde neben anderen Parametern ebenfalls die Belagdicke untersucht. Hierbei wurden sowohl für einen Originalbelag als auch für einen Belag mit reduzierter Dicke jeweils drei hinsichtlich Bremsdruck und Ausgangsgeschwindigkeit variierte Stoppbremsungen durchgeführt und die maximalen Temperaturschwankungen in Umfangsrichtung, die sich entwickelnden DTV und BTV dabei ausgewertet. Der Bremsdruck wurde zwischen 15 und 30 bar variiert, die Ausgangsgeschwindigkeit zwischen 103 km/h und 164 km/h. Festgestellt wurde, dass alle Amplituden der Stoppbremsungen mit reduzierter Belagdicke über denen des Originalbelags liegen. Bei Verwendung der Originalbeläge konnten dabei keine Hotspots detektiert werden. Als Erklärung wird angegeben, dass die dünneren Beläge aufgrund einer höheren Steifigkeit nicht die Fähigkeit besitzen, sich den Bremsscheibendeformationen anzupassen. Dadurch entsteht ein lokal unterschiedlicher Kontakt zwischen den Reibpartnern, der zu Temperaturschwankungen führt.

Ebenfalls in experimentellen Untersuchungen⁴⁴ wurde der sich einstellende SRO bei Veränderung der Bremsbelagdicke untersucht. Hierbei wurden Stoppbremsungen mit drei verschiedenen Belagdicken gefahren. Abbildung 9 zeigt die gemessenen Amplituden des Wegsignals in der 8. Ordnung aufgetragen über den drei Belagdicken bei 100 km/h. Aus den detektierten SRO-Amplituden wird auf die Ausprägung von Hotspots geschlossen. Damit ergibt sich auch hier eine geringere Ausprägung der Hotspots bei zunehmender Belagdicke. Begründet wird das Verhalten dadurch, dass der dicke und weiche Originalbelag zu geringeren lokalen Druckspitzen neigt, da sich dieser den Unebenheiten der Scheibe besser anpasst und somit eine gleichmäßigere Temperaturverteilung hervorruft.

⁴³ Little, E.; Kao, T.; et al.: [Influence of material properties on sliding contact, 1998], S.83

⁴⁴ Kubota, M.; Suenaga, T.; Doi, K.: [High-Speed Brake Judder, 1998], S.136

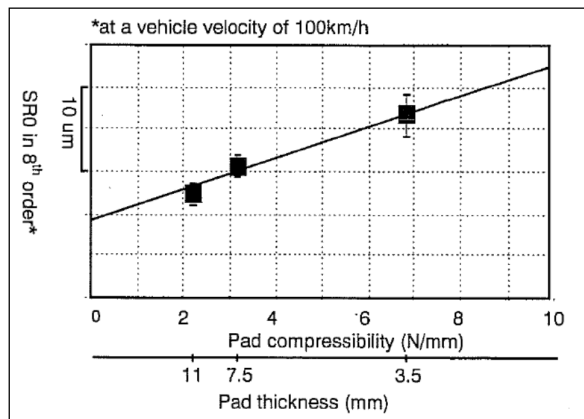


Abbildung 9: Einfluss der Belagdicke auf SRO Amplituden⁴⁴

Auch in weiteren Veröffentlichungen^{45,46,47,48} wird die Belagdicke untersucht und der gleiche Zusammenhang festgestellt.

Belagbogenlänge

Innerhalb eines Forschungsprojekts^{49,50,51} wurde mittels experimenteller Untersuchungen festgestellt, dass eine deutliche Reduzierung der Temperaturschwankungen durch Hotspots bei Bremsungen mit jeweils gleicher Reibleistung durch Verkürzung der Bremsbelagbogenlänge bewirkt wird. Die Bogenlängen der eingesetzten Beläge betrugen 46° im Ausgangszustand und 37° bzw. 23° bei den reduzierten Varianten. Die dynamischen DTV, die BTV und die BPV wurden bei einer Reduzierung der Belagbogenlänge um 20 % um bis zu 40 % reduziert, bei einer Reduzierung der Belagbogenlänge um 40 % reduzierten sie sich um 80 %. Die Anzahl der Hotspots lag hierbei zwischen 10 und 12. Festgehalten wurde ebenfalls, dass bei gleicher Zusammensetzung des Reibmaterials und gleichem Lastkollektiv bei reduzierter Bremsbelagbogenlänge ein höherer Verschleiß auftritt. Die sich bei gleicher Spannkraft ergebende höhere Flächenpressung hat zudem zur Folge, dass größere elastische Verformungen des Reibbelags

⁴⁵ Thuresson: [Material properties on sliding contact, 2004], S.459

⁴⁶ Jacobsson, H.: [Disc brake judder, 2003], S.424

⁴⁷ Steffen, T.: [Hot Spot Simulation, 2006], S.13

⁴⁸ König, D.; Sardá, A.: [Einfluss von Bremskomponenteneigenschaften auf Hotspots, 2008]

⁴⁹ Sardá, A.; Seipel, G.; Winner, H.; Semsch, M.: [Wirkungskette Hotspots und Heißrubbeln, 2008]

⁵⁰ Sardá, A. H.: [Wirkungskette Hotspots, 2009]

⁵¹ Haag, M.; Sardá, A.: [Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln, 2007]

hervorgerufen werden, wodurch eine Zunahme des erforderlichen Bremsflüssigkeitsvolumens verursacht wird.

Zwischenfazit zu den geometrischen Einflussgrößen des Bremsbelags

Der Einfluss auf Heißrubbeln durch eine Änderung der Belagdicke, der Belaglänge oder der Belagbreite kann direkt auf die beschriebenen mechanischen und thermischen Eigenschaften des Bremsbelags zurückgeführt werden. Durch eine Änderung der Belaglänge beispielsweise werden die nach Formel (1) definierte Drucksteifigkeit, der thermische Widerstand R_{th} hinsichtlich der Aufteilung der umgesetzten Reibleistung und auch die entstehende Flächenpressung (unter Voraussetzung gleichem Bremsdrucks) beeinflusst. Wird eine der geometrischen Größen variiert, ändert sich somit das Verhalten des Bremsbelags entsprechend der zuvor beschriebenen Zusammenhänge und Wechselwirkungen. Anzumerken ist hierbei, dass auch die Einflüsse anderer geometrischer Änderungen, wie beispielsweise Belaganschrägungen (sog. Chamfer), mittels dieser grundsätzlichen Zusammenhänge beschrieben werden können. Hierzu beispielsweise würde die Form der Chamfer die vom Verschleißzustand abhängige Bremsbelagoberfläche und -dicke vorgeben, die jeweils die mechanischen, thermischen und tribologischen Eigenschaften beeinflussen würde.

2.2.5 Reibmaterialzusammensetzung

Porösität

Die Fachliteratur^{52,53,54} beschreibt, dass ein direkter Zusammenhang zwischen der Porösität und dem E-Modul, dem Kompressionsmodul und der Materialdämpfung besteht. Die Bestimmung der Porösität erfolgt hierbei aus der Verdichtung des Reibmaterials, die von Pressparametern und Aushärtezeiten im Fertigungsprozess abhängig ist. Näher wird auf diese im Hinblick auf Heißrubbeln jedoch nicht eingegangen, die Beeinflussung der Werkstoffeigenschaften stellt jedoch natürlich einen indirekten Zusammenhang her.

⁵² Oehl, K.-H.; Paul, H.-G.: [Bremsbeläge für Straßenfahrzeuge, 1990], S.42

⁵³ De Vries, A.; Wagner, M.: [Brake Judder Phenomenon, 1992], S.30

⁵⁴ Brecht, J.: [Materialeigenschaften von Reibwerkstoffen, 2003], S.10

Einfluss metallischer Füllstoffe im Reibmaterial

Innerhalb einer experimentellen Untersuchung⁵⁵ wurden unterschiedliche metallische Füllstoffe innerhalb einer NAO-Reibmaterialrezeptur (Eisen/Kupfer/Bronze) verwendet und deren Einfluss auf Hotspot-Bildung auf einem speziell entwickelten „Tribometer“ untersucht. Bewertungskriterium war hier die Größe der maximal auftretenden Temperaturdifferenz in Umfangsrichtung. Es zeigte sich im Vergleich, dass Eisen als Füllstoff die Bildung von Hotspot am wenigsten förderte, Kupfer und Bronze lagen in einem „mittleren“ Bereich und ein verwendeter Belag ohne jeglichen metallischen Füllstoff zeigte das schlechteste Verhalten. Zusätzlich wurde festgestellt, dass Reibmaterialmischungen mit einem hohen Wärmeeindringkoeffizienten (entspricht der Wurzel aus dem Produkt von Wärmeleitfähigkeit, spez. Wärmekapazität und Dichte) und hoher Kompressibilität eine niedrigere Tendenz zur Erzeugung von Heißrubbeln haben. Anzumerken ist hierbei, dass die thermischen Werkstoffparameter nicht temperaturabhängig gemessen wurden.

Einfluss der Größe von Graphitpartikeln im Reibmaterial

Eine weitere experimentelle Untersuchung⁵⁶, ebenfalls auf einem speziellen Tribometer, beschäftigt sich mit dem Einfluss der Größe von Graphitpartikeln im Reibmaterial auf Hotspots. Auch hier wird eine NAO-Reibmaterialrezeptur verwendet, innerhalb derer vier verschiedene Größen von Graphitpartikeln verwendet wurden ($N1/2/3/4 = 21/41/71/137 \mu\text{m}$). Als Bewertungsgröße wird die maximale Temperaturdifferenz in Umfangsrichtung im Verlauf einer Stoppbremsung bei verschiedenen Geschwindigkeiten betrachtet. Hierbei ergab sich im Vergleich für $21 \mu\text{m}$ Partikelgröße die niedrigste Anregung von Temperaturdifferenzen und für $71 \mu\text{m}$ die höchste (Untersuchung von jeweils nur einem Bremsbelagpaar). Weiterhin wird festgestellt, dass für steigende Wärmeleitfähigkeiten und Wärmeeindringkoeffizienten des Bremsbelags die entstehenden Temperaturdifferenzen fallen und mit steigenden Festigkeiten des Bremsbelags die Temperaturdifferenzen steigen. Abbildung 10 zeigt die Festigkeiten und thermische Werkstoffeigenschaften der Bremsbelagvarianten N1-N4 sowie die für die Varianten ermittelten Temperaturdifferenzen.

⁵⁵ Kumara, M.; Boidin, X.; Desplanques, Y.; [Metallic Fillers in Friction Materials, 2011], S.371-381

⁵⁶ Kolluri, D.K.; Boidin, X.; Desplanques, Y.; [Graphite Particle size in friction materials , 2010], S.1472-1482

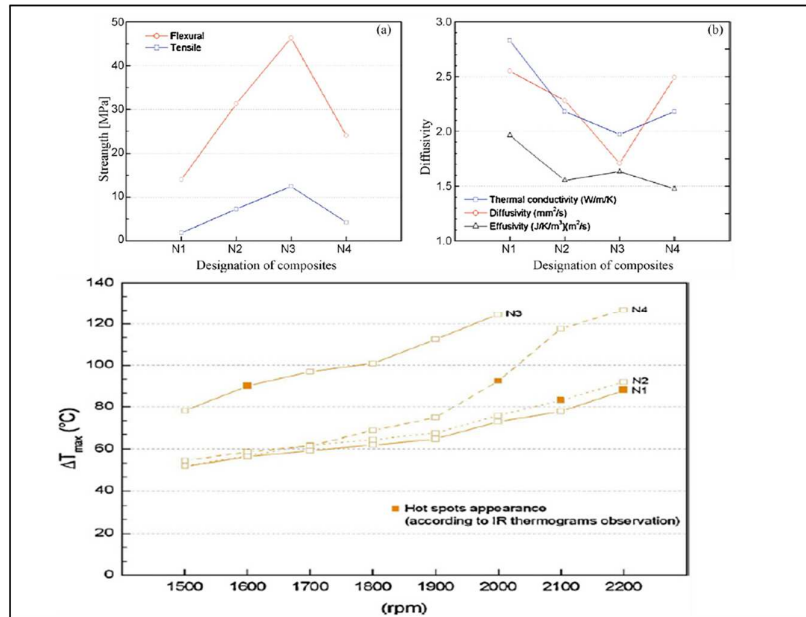


Abbildung 10: Vergleich der maximalen Temperaturdifferenzen, Festigkeiten und thermischen Werkstoffeigenschaften von Reibmaterialien mit unterschiedlicher Graphitpartikelgröße⁵⁶

Zwischenfazit der Einflussgrößen der Reibmaterialzusammensetzung

Zuvor wurden die Einflüsse auf Heißrubbeln durch eine Änderung der Korngröße des Graphitanteils und einer Änderung des verwendeten metallischen Füllstoffes im Reibmaterial beschrieben. Aus beiden Untersuchungen wird deutlich, dass durch Änderung eines einzelnen Bestandteils bereits mehrere der physikalischen Eigenschaften des Bremsbelags beeinflusst werden. Die Auswirkungen auf Heißrubbeln durch diese Änderungen können widerspruchsfrei durch die einzelnen zuvor beschriebenen Zusammenhänge hinsichtlich mechanischen und thermischen Eigenschaften erklärt werden.

Die Belagporosität kann mittels Prozessparameter der Fertigung und über bestimmte Bestandteile in der Reibmaterialmischung beeinflusst werden und wirkt sich auf mechanische, thermische und auch die tribologischen Eigenschaften des Bremsbelags aus. Auch hier wird für den Einfluss der Porosität auf Heißrubbeln wiederum, ähnlich der Geometrie, auf die Beschreibung der Einzelbeeinflussung durch die jeweiligen mechanischen, thermischen oder tribologischen Eigenschaften verwiesen.

Eine beispielhafte Wechselwirkung wird im Folgenden betrachtet. Die Wärmeleitfähigkeit wird für hohe Porosität geringer ausfallen, da die zwischen den Hohlräumen eingeschlossene Luft ein schlechter Wärmeleiter ist. Ebenfalls verringert sich die Steifigkeit des Bremsbelags durch die größeren Zwischenräume innerhalb des Aufbaus der Belagmatrix. Hinsichtlich der thermischen Eigenschaften begünstigt eine hohe Porosität somit Heißrubbeln, da entsprechend Kapitel 2.2.3 mehr Energie in die Bremsscheibe geleitet

wird. Demgegenüber wird die Heißrubbelleigung jedoch durch die weichere Belagmatrix entsprechend Kapitel 2.2.1 verringert. Durch diese gegenläufige Wechselwirkung kann nur eine absolute Aussage hinsichtlich der Auswirkung auf Heißrubbeln der Porosität getroffen werden, wenn beide grundlegende Zusammenhänge auch quantifiziert wären.

2.3 Werkstoffverhalten – Dynamische mechanische Bremsbelageigenschaften

Die Frage „Was ist die Steifigkeit eines Reibmaterials?“ wurde bereits in der Fachliteratur⁵⁷ gestellt. Hierbei wurde festgehalten, dass bei Bestimmung des E-Moduls (und damit der Steifigkeit) immer Testbedingungen mit einbezogen werden müssen und keine statische Betrachtung zulässig ist. Reibmaterialien verhalten sich nicht entsprechend des Hook'schen Gesetzes, besitzen somit keine lineare Spannungs-Dehnungs-Kennlinie und müssen speziell bei Betrachtung von Komfortproblemen wie Heißrubbeln dynamisch und unter Beachtung ihres viskoelastischen Verhaltens betrachtet werden. Die Unterscheidung zwischen statischen und dynamischen Belageigenschaften ist demnach wichtig für die Betrachtung von Heißrubbeln. Kann durch die Werkstoffzusammensetzung eine Änderung von dynamischen Eigenschaften erreicht werden, während statische Eigenschaften unverändert bleiben, lassen sich viele der zuvor beschriebenen Probleme bei Verwendung von Reibbelägen mit geringer Steifigkeit umgehen.

Untersuchungen von Belagwerkstoffen mit angepassten dynamischen Eigenschaften sind in der Fachliteratur nur im Hinblick auf den Einfluss auf das Phänomen des Bremsenquietschens beschrieben.^{58,59,60}

In den nachfolgenden Kapiteln wird daher speziell die Recherche zum Verständnis des dynamischen und viskoelastischen Werkstoffverhaltens vorgestellt.

⁵⁷ Brecht, J.; et al.: [Elastic properties of friction materials, 2003]

⁵⁸ Masoomi, M.; et al.: [Damping behavior of friction materials, 2006]

⁵⁹ Nishizawa, Y.; Wakamatsu, S.; et al.: [Dynamic pad stiffness influencing brake squeal, 2007]

⁶⁰ Nonaka, H.; et al.: [Dynamik Pad Stiffness, 2010]

2.3.1 Nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten

Messungen der spezifischen Bremsbelagkompressibilität^{61,62} zeigen das zuvor erwähnte nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Dieses Verhalten ist in Abbildung 11 dargestellt. Das hierzu verwendete Prüfverfahren wird ausführlich im Anhang A.1.3 beschrieben.

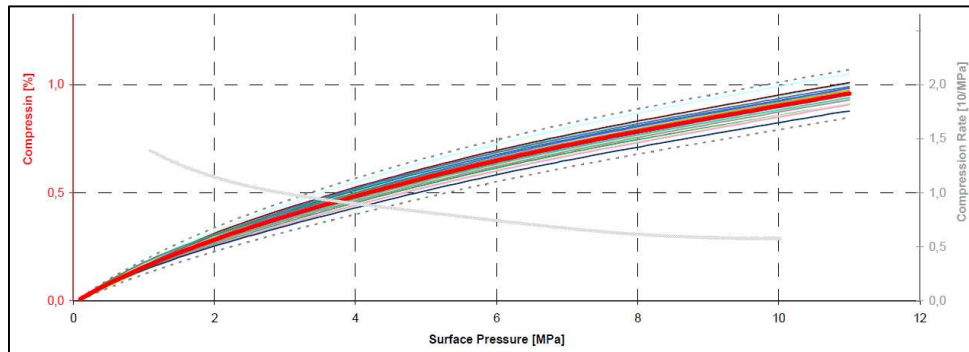


Abbildung 11: Ergebnisse der spezifischen Kompressibilitätsmessung (Nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten)⁶¹

2.3.2 Hysterese- bzw. Dämpfungsverhalten

Weitere Ergebnisse „regulärer“ Kompressibilitätsmessungen^{63,64,65,66} nach ISO 6310 im Rahmen von Untersuchungen an Bremsbelägen und Bremssystemen zeigen eine Hysterese im Spannungs-Dehnungs-Verlauf. Das Hystereseverhalten ist durch Reibung in der Belagmatrix und eine daraus resultierende Energiedissipation zu erklären.⁶⁶

Abbildung 12 zeigt dieses Hystereseverhalten im Spannungs-Dehnungs-Diagramm, aufgezeichnet während einer Kompressibilitätsmessung, deren Prüfmethodik im Anhang 1.3 beschrieben wird.

⁶¹ Steege, R.; Marx, F.: [Material compressibility of brake pads, 2008]

⁶² Brecht, J.; et al.: [Elastic properties of friction materials, 2003]

⁶³ Degenstein, T.: [Kraftmessung in Scheibenbremsen, 2007]

⁶⁴ Augsburger, K. et al.: [Brake Pad Behaviour, 2003]

⁶⁵ Augsburger, K.; Brunner, H.; Grochowicz, J.: [Rubbilverhalten von Scheibenbremsen, 1999]

⁶⁶ Wegmann, E.; Stenkamp, A.: [Model approach for friction materials, 2011]

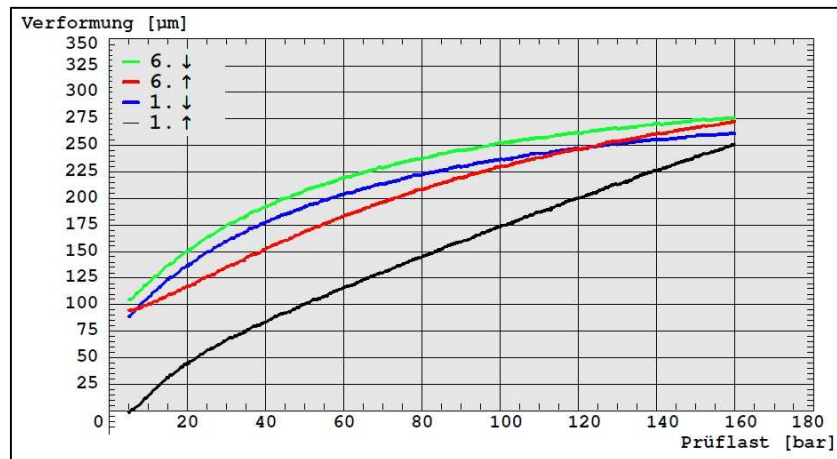


Abbildung 12: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Steifigkeitsversuchs (K6)⁶⁷

2.3.3 Viskoelastisches Verhalten

Einführung der dynamischen Steifigkeit

Typisch für viskoelastische Materialien ist eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Dehnung bei oszillierender Anregung (Anhang A.2). Bremsbeläge zeigen diese ebenfalls. Die Verwendung des komplexen E-Moduls, bestehend aus Speicher- und Verlustmodul, ist demnach auch bei der Betrachtung der dynamisch mechanischen Eigenschaften von Bremsbelägen sinnvoll.⁶⁸

In der Fachliteratur werden zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens neben dem komplexen E-Modul auch die Begriffe komplexe Steifigkeit⁶⁹ oder, speziell bei Beschreibung von Bremsbelägen, die dynamische Steifigkeit⁷⁰ verwendet.

Durchgeführte Untersuchungen⁷⁰ zeigen die Unterschiede im Deformationsverhalten von Bremsbelägen, die mit quasi-statisch und dynamisch aufgebracht Prüflast arbeiten. In Abbildung 13 ist der Unterschied der dynamischen zur statischen Steifigkeit dargestellt. Die Steifigkeit wird hierbei in Abhängigkeit der Prüflast des Bremsbelags für eine quasi-statische Messung und dynamischen Messung mit einer Belastungsfrequenz von 2 kHz dargestellt. Die dynamische Messung erfolgt hierbei weggesteuert mit einer Ansteuerungsamplitude von 1 µm. Dies stellt jedoch nur eine Momentaufnahme

⁶⁷ Degenstein, T.: [Kraftmessung in Scheibenbremsen, 2007]

⁶⁸ Oehl, K.-H.; Paul, H.-G.: [Bremsbeläge für Straßenfahrzeuge, 1990]

⁶⁹ Markert, R.: [Strukturdynamik, 2006]

⁷⁰ Nonaka, H.; et al.: [Dynamik Pad Stiffness, 2010]

dar, denn es existieren mehrere Einflussgrößen auf diese dynamische Steifigkeit, die in den folgenden Abschnitten erläutert werden.

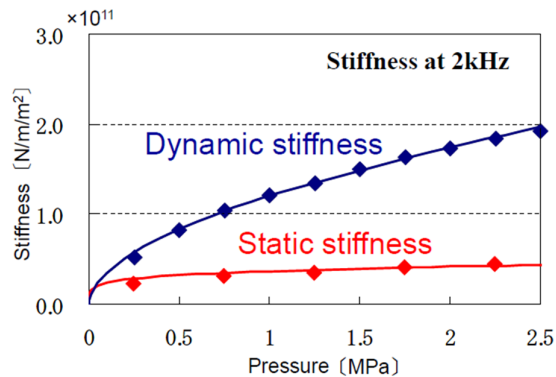


Abbildung 13: Unterschied zwischen statischer und dynamischer Steifigkeit von Bremsbelägen unter Druckbelastung⁷⁰

Einfluss der Belagtemperatur auf die dynamische Steifigkeit

Viskoelastisches Werkstoffverhalten wird grundsätzlich auch durch die Temperatur beeinflusst (siehe Anhang A 2.2). Hinsichtlich Reibmaterialien wurden Untersuchungen⁷¹ durchgeführt, die diesen Einfluss der Temperatur auf das Werkstoffverhalten bestätigen. Die Untersuchungsergebnisse sind in Abbildung 14 dargestellt und zeigen die Abhängigkeit des komplexen E-Moduls und der Phasenverschiebung von der Materialtemperatur. Zusätzlich wurde im Rahmen dieser Untersuchung der Einfluss des Anteils von Polymeren im Werkstoff betrachtet. In der Abbildung ist neben der Temperaturabhängigkeit der Werkstoffkennwerte, der Verlauf dieser Kennwerte für verschiedene Polymeranteile im Belagwerkstoff dargestellt (Werte in den Legenden der Graphen entspricht volumetrischem Prozentanteil).

⁷¹ Masoomi, M.; et al.: [Damping behavior of friction materials, 2006]

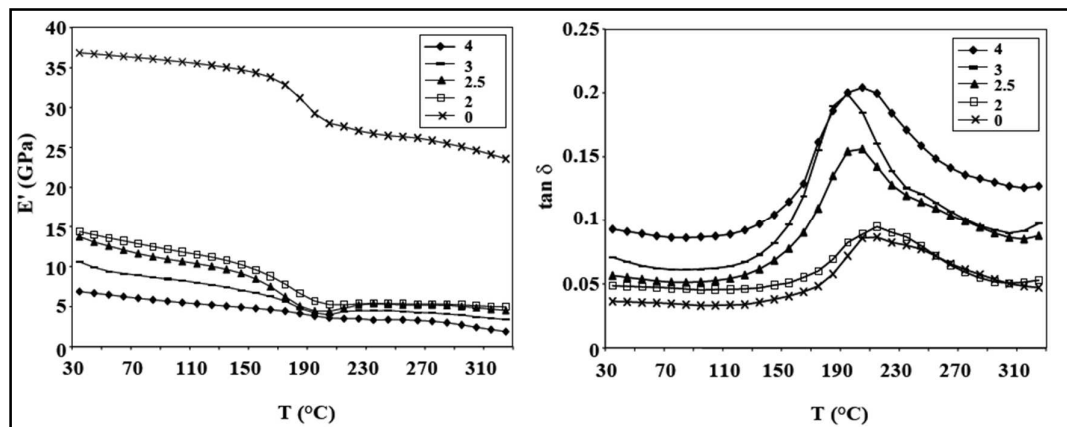


Abbildung 14: Abhängigkeit des Speichermoduls und der Phasenverschiebung von Temperatur und Polymeranteil im Belagwerkstoff⁷²

Einfluss der Vorbelastung/ Vorspannung auf die dynamische Steifigkeit

In den Untersuchungsergebnissen aus der Fachliteratur^{73,74} sind zwei weitere Einflussgrößen auf die viskoelastischen Eigenschaften von Bremsbelägen dargestellt: die Abhängigkeit von der Vorspannung sowie der Einfluss der Vorbelastung. Bei der Variation der Vorspannung sind zwei Effekte zu beobachten: Bei geringer Vorspannung ist eine große Abweichung zwischen Deformation und der Erholung des Materials zu beobachten, die mit steigender Vorspannung abnimmt. Zusätzlich erhöht sich die dynamische Steifigkeit mit zunehmender Vorspannung, dargestellt in Abbildung 15.

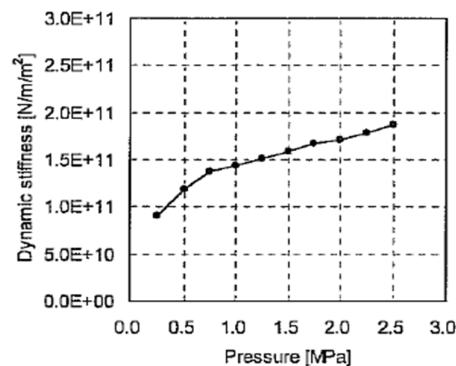


Abbildung 15: Zunahme der dynamischen Steifigkeit mit steigender Vorspannung⁷⁴

⁷² Masoomi, M.; et al.: [Damping behavior of friction materials, 2006]

⁷³ Wegmann, E.; Stenkamp, A.; Dohle, A.: [Viscoelastic properties of brake pads, 2009]

⁷⁴ Nishizawa, Y.; Wakamatsu, S.; et al.: [Dynamic pad stiffness influencing brake squeal, 2007]

Der Einfluss der Vorbelastung ist anhand von Versuchsergebnissen⁷⁵ bestimmt, bei denen eine zunehmende Steifigkeit mit steigender Anzahl von Belastungszyklen beobachtet wurde. Der Verlauf des verwendeten Kriechtests sowie eine beispielhafte Messkurve wird in Abbildung 16 dargestellt.

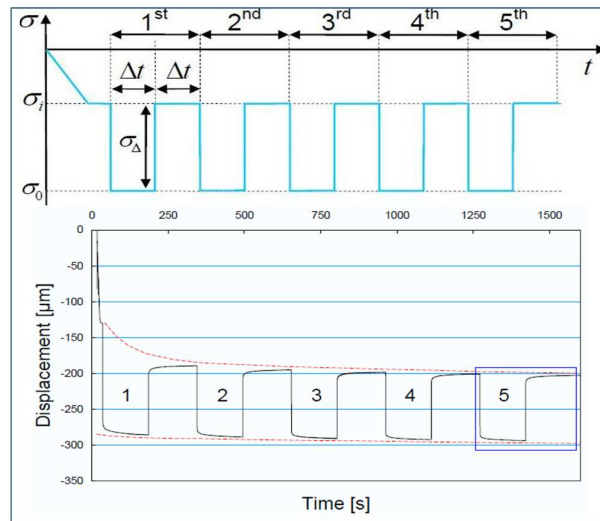


Abbildung 16: Verlauf eines Kriechtests zur Untersuchung viskoelastischer Belageigenschaften⁷⁵

Einfluss der Belastungsfrequenz und Belastungsamplitude auf die dynamische Steifigkeit

Zwei weitere Einflussgrößen auf das viskoelastische Verhalten der Reibmaterialien sind die Belastungsfrequenz und die Belastungsamplitude.⁷⁶ In durchgeführten Untersuchungen⁷⁷ wurden hinsichtlich eines Vergleichs des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens die Prüfung einmal quasi-statisch durchgeführt und einmal dynamisch geprüft, wobei die Größe der Vorlast und die Anregungsfrequenz zwischen 1 Hz und 5 Hz variiert wurden. Die gemessenen Deformationen über der Prüflast in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz und der Vorlast sind in Abbildung 17 dargestellt. Mit steigender Anregungsfrequenz ist eine Zunahme der dynamischen Steifigkeit zu beobachten (Anm.: Die Steifigkeit ist in Form der Steigung im Spannungs-Dehnungs-Diagramm ablesbar).

⁷⁵ Wegmann, E.; Stenkamp, A.; Dohle, Achim: [Viscoelastic properties of brake pads, 2009]

⁷⁶ Wegmann, E.; Stenkamp, A.: [Model approach for friction materials, 2011]

⁷⁷ Augsburg, K. et al.: [Brake Pad Behaviour, 2003]

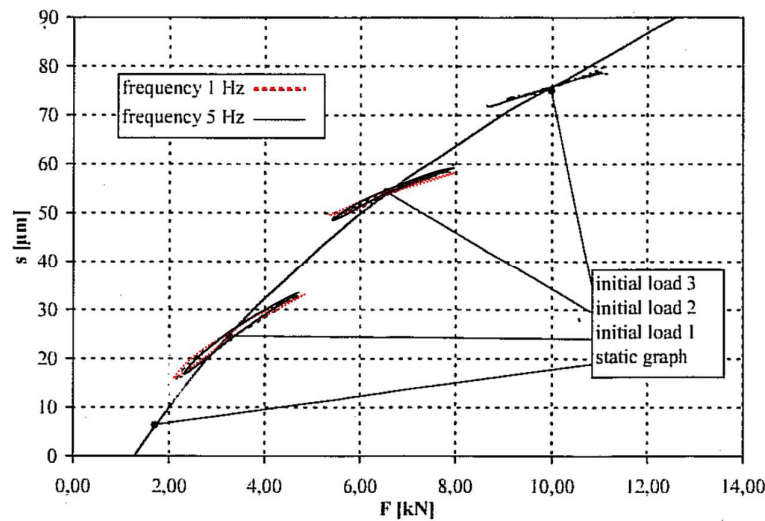


Abbildung 17: Vergleich von quasi-statischen und dynamischen, Vorlast und frequenzabhängigen Spannungs-Dehnungs-Verhalten (Testfrequenz 1 Hz – 5 Hz)⁷⁷

Der Einfluss der Amplitude der Anregung wurde durch Bellmann⁷⁸ untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass mit steigender Amplitude die dynamische Steifigkeit der Beläge abnimmt, während die Dämpfung steigt. In Abbildung 18 sind die Ergebnisse dargestellt.

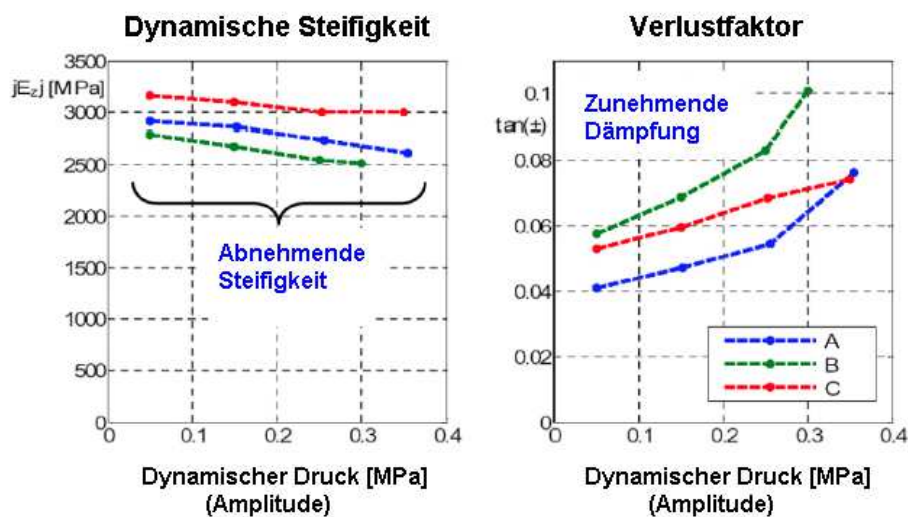


Abbildung 18: Dynamische Steifigkeit und Dämpfung in Abhängigkeit von der Belastungsamplitude für drei verschiedene Reibmaterialien A-C (Anregungsfrequenz 3,7 kHz)⁷⁸

⁷⁸ Bellmann; L. et al.: [Mechanisches Verhalten von Bremsbelagwerkstoffen, 2007]

3 Methodik

3.1 Zentraler Ansatz der Untersuchung

Aus dem Stand der Forschung und Technik ist ersichtlich, dass verschiedenste Bremsbelageigenschaften hinsichtlich ihres Einflusses auf Heißrubbeln bereits untersucht wurden. Tabelle 3 zeigt eine Übersicht der durchgeführten Untersuchungen und deren Ausprägung. Deutlich wird, dass viele der Erkenntnisse auf simulativer und theoretischer Basis erarbeitet wurden.

Tabelle 2: Übersicht der durchgeführten Untersuchungen

Potentielle Einflussgröße	Teilgebiet	Art der Untersuchung	
		Numerisch / Analytisch	Experimentell
E-Modul	Elastizität	Grochowicz, Augsburg, Thuresson	Lee, Panier
G-Modul		-	-
Dämpfungskonstante	Dynamik	De Vries, Steffen, Bittner	-
Wärmeleitfähigkeit	Wärmetransport	Lee, Jacobsson, Thuresson	-
Wärmekapazität		Thuresson	-
Wärmeausdehnungskoeffizient	Wärmelehre	Jacobsson, Thuresson	-
Reibbeiwert	Reibung	Augsburg, Jacobsson, Thuresson, Lee	-
Verschleißkoeffizient		Thuresson	-
Porosität	Sonstige	De Vries	-
Belagdicke	Geometrie	Jacobsson, Yi, Thuresson	Little, Kubota, Steffen
Belaglänge		Yi, Thuresson	Kubota, Lee, Panier
Belagbreite		-	-
Zwischenschicht	-	-	-

Getroffene Aussagen beziehen sich im Hauptteil auf Auswirkungen, die eine einzelne Bremsbelageigenschaft auf Heißrubbeln hat. Zusätzlich ist festzuhalten, dass innerhalb der Untersuchungen keine experimentell belegten oder quantifizierbaren Aussagen

hinsichtlich der Wechselwirkungen zwischen den Bremsbelageigenschaften und deren Auswirkungen auf Heißrubbeln getätigt werden.

Für eine systematische experimentelle Analyse eines einzelnen Einflussfaktors des Bremsbelags müsste dieser variiert werden, ohne andere Einflussfaktoren zu beeinflussen. Eine unabhängige wechselwirkungsfreie Variation einer einzelnen Bremsbelageigenschaft ist jedoch aus Sicht des Fertigungsprozesses nicht möglich, wie Tabelle 4 beispielhaft für die Änderung des prozentualen Anteils nur einer der Bestandteile innerhalb des Reibmaterials zur Änderung der Dämpfungseigenschaften zeigt. Ersichtlich ist, dass die Dämpfung des Reibmaterials verringert wurde, sich jedoch gleichzeitig die Kompressibilität in Form des K_6 -Wertes, die Wärmeleitfähigkeit λ , der Reibwert μ , der tangentielle E-Modul E_{tang} und die Dichte ρ verändern.

Dabei ist anzumerken, dass unter dem K_6 -Wert das Ergebnis der Kompressibilitätsmessung nach ISO 6310 (siehe Anhang A1.4) verstanden wird. Dieses stellt die gemessene Dickenänderung bzw. die Stauchung des Bremsbelages zwischen den definierten Bremsdrücken 5 und 160 bar dar. Obwohl der K_6 -Wert eine Längeneinheit hat, ist der Wert als charakteristisch für die Kompressibilität eines Bremsbelags zu verstehen. Die Dämpfung des Reibmaterials wird in Form des Dämpfungsmaßes D in Promille angegeben. Es wird mittels der Eigenfrequenzmessung (siehe Anhang A1.1) berechnet. Die Angabe in Promille drückt den erreichten Anteil der kritischen Dämpfungskonstante im aperiodischen Grenzfall aus.

Tabelle 3: Eigenschaften von Bremsbelägen bei Änderung des prozentualen Anteils eines Bestandteils der Reibmaterialmischung (Mittelwert aus $n = 3$)

Material	K_6 / μm	D / ‰	λ / °C	μ	E_{tang} / kN/mm^2	ρ / g/cm^3
A -1	320	15,1	2,08	0,45	7,5	2,35
A - 2	212	10,8	1,95	0,34	12	3,05

Die Einflussmaßnahmen innerhalb des Produktionsprozesses wie beispielsweise die Variation der verwendeten Zwischenschicht, Variationen des Reibmaterials oder die Änderung der Prozessparameter resultieren alle in einer Änderung von mehreren Bremsbelageigenschaften gleichzeitig. Dieser Zusammenhang verdeutlicht die Problematik hinsichtlich experimenteller Untersuchungen aus dem Stand der Technik. Eine Erfassung der sich gleichzeitig ändernden Bremsbelageigenschaften und deren unterschiedlichen Auswirkungen auf Heißrubbeln konnte nicht gefunden werden.

Für die experimentelle Einflussanalyse ist es daher notwendig, die Auswirkungen auf Heißrubbeln von mehreren sich gleichzeitig ändernden Eigenschaften des Bremsbelags zu bestimmen. Die Statistik liefert hierfür die Methode der Regressionsanalyse.

Hierbei wird ein Regressionsmodell generiert, das erlaubt, den Zusammenhang zwischen Einfluss- und Zielgrößen bei sich gleichzeitig verändernden Einflussgrößen zu ermitteln. Die Regressionsanalyse ist demnach auch der zentrale Ansatz der Untersuchung, um einen Zusammenhang zwischen Bremsbelageigenschaften und den verschiedenen für Heißrubbeln charakteristischen Kenngrößen herzustellen.

3.2 Methodik des Vorgehens

Die gewählte Methodik des Vorgehens der Untersuchung wird in Abbildung 19 dargestellt und soll im Folgenden näher beschrieben werden.

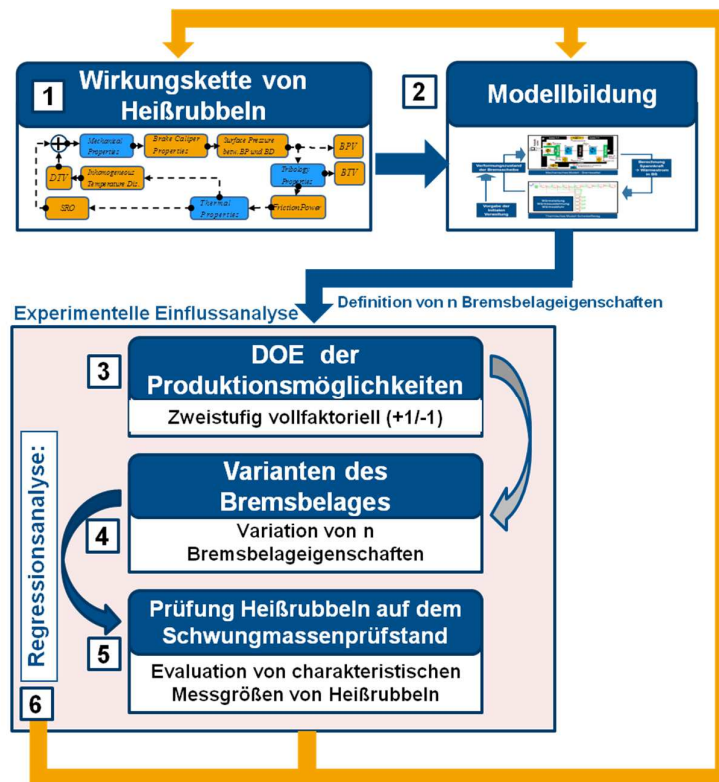


Abbildung 19: Methodik des Vorgehens

Das bestehende Erklärungsmodell von Heißrubbeln nach Sardá (1) bildet die Grundlage zur analytischen Modellbildung des Phänomens (2). Die analytische Modellbildung umfasst hierbei die Ableitung aller mathematischen Zusammenhänge um die Wirkungskette zu beschreiben. Das generierte Modell ist in der Lage, die Entwicklung von Bremsdruckschwankungen und Bremsmomentschwankungen innerhalb der Radbremse in Abhängigkeit von verschiedenen Bremsbelageigenschaften im Verlauf einer Brem-

sung zu beschreiben und liefert somit die potentiellen Einflussparameter des Bremsbelags.

Zur experimentellen Validierung der Abhängigkeit von Heißrubbeln von einer dieser Bremsbelageigenschaften wäre erstrebenswert, diese unabhängig zu variieren, dies ist jedoch, wie zuvor beschrieben, aus Sicht der Fertigung nicht möglich. Hinsichtlich der Variation der Bremsbelageigenschaften werden für eine Regressionsanalyse zusätzlich möglichst gleichmäßig verteilte Stufen und eine möglichst weite Spreizung gefordert. Diese Anforderungen der Regressionsanalyse sind jedoch nicht gezielt durch die bestehenden Einflussmöglichkeiten im Produktionsprozess erfüllbar. Daher wurde eine vollfaktorielle zweistufige Variation derjenigen Produktionsmöglichkeiten durchgeführt, die die relevanten Bremsbelageigenschaften beeinflussen (3). Die Bremsbelagprototypen wurden hinsichtlich der zu untersuchenden Bremsbelageigenschaften vermessen und eine Teilmenge zur Erfüllung der Anforderungen der Regressionsanalyse ausgewählt (4). Für jeden Einflussfaktor und damit für jede variierte Bremsbelageigenschaft wurde ein Minimum von zehn Stufen mit möglichst weiter Spreizung verwendet. Damit wird es möglich, nicht nur lineare Regressionsmodelle, sondern auch beispielsweise quadratische Modelle zu verwenden.

Jeder dieser ausgewählten Bremsbeläge wurde im Anschluss auf dem Schwungmassenprüfstand in einem Prüfprogramm unter möglichst konstanten Randbedingungen hinsichtlich ihrer Heißrubbelneigung untersucht (5). Aus den Versuchsdaten werden die Zielgrößen der Regressionsanalyse abgeleitet und die Zusammenhänge in Form von Regressionsmodellen empirisch ermittelt (6).

Sowohl die Versuchsdaten vom Schwungmassenprüfstand als auch die Ergebnisse der Regressionsanalyse dienen zur Prüfung des Erklärungsmodells, welche der detektierten Phänomene in ihm enthalten sind und ob Abweichungen bestehen.

4 Modellbildung

Merkmale von Bremsenrubbeln, die durch den Fahrer wahrgenommen werden, werden durch die im Bremssystem entstehenden Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen hervorgerufen.⁷⁹ Daher werden hinsichtlich einer Evaluation von verschiedenen Bremsbelägen bezüglich Heißrubbels die entstehenden Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen untersucht. Die entwickelte Modellvorstellung bezieht sich auf die Beeinflussung dieser beiden Ursachen von Heißrubbeln durch den Bremsbelag. Als Systemgrenze der Modellvorstellung wird das Radbremssystem definiert, das hinsichtlich der Übertragung von BTV bis zur Verbindung des Bremsenhalters zum Achsschenkel und hinsichtlich der generierten BPV bis zum Hauptbremszylinder reicht. Der Hauptbremszylinder wird innerhalb der Modellvorstellung für eine einzelne Radbremse, entsprechend des Anwendungsfalls am Schwungmassenprüfstand, betrachtet.

4.1 Erklärungsmodell von Heißrubbeln

Das grundlegende Erklärungsmodell der Beeinflussung von Heißrubbeln durch den Bremsbelag basiert auf der bereits beschriebenen Wirkungskette der Hotspotentstehung nach Sardá⁸⁰. Abbildung 20 zeigt die Modellvorstellung in Form einer Ursache- und Wirkungskette, die nachfolgend beschrieben wird. Zielsetzung dieses abgeleiteten Erklärungsmodells ist eine Integration des Bremsbelags innerhalb der bekannten Wirkungskette von Heißrubbeln. Die übergeordnete Vorgehensweise ist hierbei iterativ vom einfachen Ansatz hin zur notwendig komplexen Modellbeschreibung der Generierung von Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen innerhalb der Radbremse.

⁷⁹ Grochowicz, J.: [Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen, 1995]

⁸⁰ Sardá, A.; Seipel, G.; Winner, H.; Semsch, M.: [Wirkungskette Hotspots und Heißrubbeln, 2008]

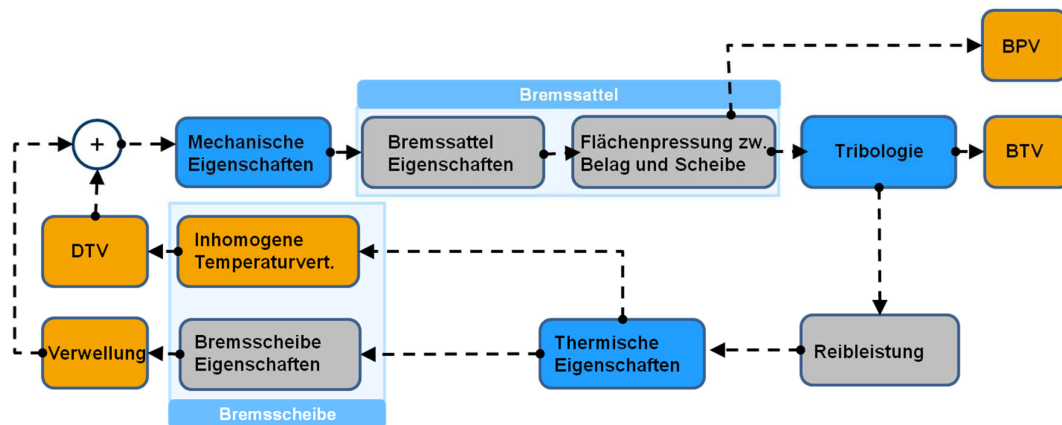


Abbildung 20: Modellvorstellung der Generierung von Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen innerhalb des Radbremssystems basierend auf der Heißrubbel-Wirkungskette nach Sardá⁸⁰

Während einer Bremsung, innerhalb derer kinetische Energie des Fahrzeugs in Wärme umgewandelt wird, entsteht eine Reibleistung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe. Diese Reibleistung erzeugt einen Wärmestrom in die beiden Komponenten der Radbremse. Die Aufteilung des Wärmestroms ist dabei abhängig von den thermischen Eigenschaften der beiden Reibpartner. Analog zur Wirkungskette nach Sardá entstehen durch den Energieeintrag in die Bremsscheibe Verformungen der Bremsscheibe. Auch bei einer über den Reibflächen homogenen Wärmezufuhr durch die umgesetzte Reibleistung entsteht ein axialer Temperaturgradient innerhalb des Reibrings der Bremsscheibe hin zu den Kühlkanälen. Die äußere Schicht des Reibrings hat im Vergleich zur inneren Schicht, die an die Kühlkanäle angrenzt, eine höhere Temperatur und somit radial die Neigung sich weiter auszudehnen, wodurch Zug- und Druckspannungen innerhalb der Reibringe hervorgerufen werden. Hierdurch entsteht ein energetisch instabiler Zustand, der zur Stabilisierung einer weiteren Ausdehnung in Umfangsrichtung bedarf. Die Kreisform der Scheibe verhindert diese Ausdehnung in Umfangsrichtung jedoch, daher entsteht eine laterale Verformung in Form einer Verwellung der Bremsscheibe.

Die Bremsscheibe erzeugt durch diese Verwellung eine axiale Weganregung der beiden in Kontakt stehenden Bremsbeläge zu Schwingungen. Die Normalkraft zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe bzw. die Flächenpressung in der Kontaktfläche unterliegt damit Schwankungen in Abhängigkeit von den mechanischen Eigenschaften des Bremsbelags als Teil der Übertragungsstrecke dieser Weganregung. Der zweite Teil dieser Übertragungsstrecke in axialer Richtung hinter dem Bremsbelag beinhaltet die Eigenschaften des Bremssattels. Hierbei sind sowohl die mechanischen Eigenschaften des Bremssattels, als auch die Eigenschaften des sich anschließenden Hydrauliksystems

bis zum Hauptbremszylinder gemeint. Durch die Weganregung entstehen somit ebenfalls Bremsdruckschwankungen (BPV) im Hydrauliksystem.

Schwankungen der Flächenpressung über den Umfang der Bremsscheibe erzeugen Schwankungen innerhalb der umgesetzten Reibleistung. Diese Schwankung der Reibleistung ist dabei abhängig von den tribologischen Eigenschaften des Bremsbelags, da diese den Reibbeiwert bestimmen.

Erst dann kommt es zu einer Ausbildung einer ungleichmäßigen Temperaturverteilung in Umfangsrichtung, die kohärent zur Verwellung der Bremsscheibe auftritt. Diese sogenannten Hotspots bilden sich aufgrund der höheren umgesetzten Reibleistung auf den Wellenbergen aus und bewirken eine Vergrößerung der Welligkeitsamplitude im weiteren Verlauf der Bremsung. Zusätzlich zur Verwellung bilden sich durch die nun ebenfalls entstehenden Temperaturgradienten in Umfangsrichtung der Bremsscheibe dynamische, erst während der Bremsung entstehende, Bremsscheibendickenschwankungen aus.

Die entstehenden Schwankungen der Flächenpressung in der Kontaktfläche führen in Abhängigkeit der tribologischen Eigenschaften des Bremsbelags direkt zu Bremsmomentschwankungen.

Mit der Zielsetzung, den Einfluss des Bremsbelags auf Heißrubbeln zu untersuchen, werden demnach mehrere für Heißrubbeln charakteristische Kenngrößen relevant. Hinsichtlich der Kundenwahrnehmung des Phänomens sind die das Radbremssystem verlassenden Größen der Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen für eine Evaluation verschiedener Bremsbeläge notwendig. Zur Beurteilung des Einflusses innerhalb der Wirkungskette sind zusätzlich sowohl die Kenngrößen der Bremsscheibenverformung in Form von der Verwellung und DTV, als auch die Temperaturverteilung auf der Bremsscheibe relevant.

Grundsätzlich lässt sich die beschriebene Wirkungskette in drei Phasen unterteilen:

- Die erste Phase besteht aus der Entstehung der initialen Bremsscheibendeformation.
- Die zweite Phase beschreibt die Übertragung der aus der Bremsscheibendeformation entstehenden Anregung.
- Die dritte Phase beschreibt den Wachstumsprozess im Verlauf der Bremsung

Innerhalb dieses beschriebenen Erklärungsmodells hat der Bremsbelag an drei Stellen einen Einfluss:

- Thermische Eigenschaften: Aufteilung der umgesetzten Reibleistung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe.

- Tribologische Eigenschaften: Umwandlung der Schwankung der Flächenpressung in eine Schwankung der Umfangskraft und somit des Bremsmomentes
- Mechanische Eigenschaften: Übertragung der Weganregung durch die Brems-scheibendeformation

4.2 Analytische Modellbildung zur Einflussanalyse

Die im Kapitel zuvor identifizierten Stellen innerhalb der Wirkungskette von Heißrubein, an denen der Bremsbelag einen Einfluss zeigt, werden im folgenden Kapitel der analytischen Modellbildung näher betrachtet und nach Möglichkeit innerhalb von formelmäßigen Zusammenhängen beschrieben. Dies bildet die Grundlage, eine Auswahl der potentiellen Einflussgrößen aus der Fachliteraturrecherche zu treffen, die innerhalb der experimentellen Einflussanalyse untersucht werden.

4.2.1 Aufteilung der umgesetzten Reibleistung

Zunächst ergibt sich für die umgesetzte Reibleistung oder auch Bremsleistung Formel (8) unter Zuhilfenahme der vereinfachten Annahmen eines konstanten effektiven Reibradius und einem über dem Umfang konstantem Reibbeiwert:

$$P_B(\varphi) = \omega \cdot M_B(\varphi) = \omega \cdot F_{Sp}(\varphi) \cdot 2 \cdot \mu \cdot r_{eff} \quad (8)$$

Mit	F_{Sp}	N	Spannkraft
	r_{eff}	m	Effektiver Reibradius
	M_B	Nm	Bremsmoment
	ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit
	μ	-	Reibbeiwert zwischen Belag und Scheibe
	φ	°	Drehwinkel

Direkt ersichtlich ist der Einfluss des Reibbeiwertes zwischen Bremsbelag und Brems-scheibe. Die Umsetzung einer Schwankung innerhalb der Spannkraft in eine Schwankung der Reibleistung ist abhängig von dem vorherrschenden Reibbeiwert.

Innerhalb der allgemeinen Modellvorstellung beeinflussen die thermischen Bremsbelag-eigenschaften die Aufteilung der umgesetzten Reibleistung zwischen Bremsbelag und Brems-scheibe. Fukano und Matsui stellen in ihrer Veröffentlichung einen Ansatz zur Berechnung der Aufteilung der entstehenden Wärme zwischen Reibbelag und Brems-scheibe vor. Durch Vereinfachungen führen sie den komplexen Prozess der Wärmeent-

stehung auf eine Formel für die Energieaufteilung zurück. An dieser Stelle wird nicht auf die Herleitung dieser Formel eingegangen, sondern nur auf deren Quelle⁸¹ verwiesen. Eine getroffene Vereinfachung dieser Berechnung ist die Behandlung beider Bauteile als halb-unendlich ausgedehnte Feststoffe. Der Anteil der pro Reibringseite umgewandelten Energie γ , der in die Bremsscheibe geleitet wird, ergibt sich nach Formel (9) zu:

$$\gamma = \left[1 + \left(\frac{\rho_{BB} \cdot c_{p, BB} \cdot \lambda_{BB}}{\rho_{BS} \cdot c_{p, BS} \cdot \lambda_{BS}} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (9)$$

Mit	$\rho_{BB/BS}$	g/cm ³	Dichte
	$c_{p, BB/BS}$	J/kgK	Spezifische Wärmekapazität
	$\lambda_{BB/BS}$	W/mK	Wärmeleitfähigkeit

In Bezug auf die allgemeine Modellvorstellung wäre es notwendig, einen Zusammenhang zwischen den überlagerten thermischen und mechanischen Zuständen der Bremsscheibe herzustellen, um daraus die resultierenden Deformationen der Bremsscheibe zu bestimmen. Eine analytische Beschreibung dieses mehrdimensionalen Zusammenhangs ist, ohne Vereinfachungen zu treffen, nur äußerst komplex möglich. Unter Vernachlässigung der mechanischen Spannungszustände innerhalb der Bremsscheibe kann ein Zusammenhang zwischen der umgesetzten Reibleistung und der Bremsscheibendeformation hergestellt werden, um somit die Wirkungskette geschlossen betrachten zu können. Hierbei wird von einem direkten Zusammenhang zwischen der lokal vorherrschenden Temperatur der Bremsscheibe und der Ausdehnung der Bremsscheibe in axialer Richtung entsprechend des thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Bremsscheibenmaterials ausgegangen. Der Reibring der Bremsscheibe wird in einzelne Kreisringsegmente in Form von Punktmassen für beide Reibringseiten diskretisiert, denen basierend auf der umgesetzten Reibleistung und der Aufteilung zwischen den Reibpartnern nach Formel (9) ein spezifischer Wärmestrom zugeführt wird. Die hierdurch entstehende Temperaturänderung führt über die Kopplung mit dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten zu einer axialen Ausdehnung des Segmentes. Die Bremsbelageigenschaften beeinflussen demnach, wie in Formel (9) aufgezeigt, die in die Bremsscheibe eingeleitete Energiemenge und somit die Bremscheibendeformation.

4.2.2 Bremssattelmodell

Aus der beschriebenen Modellvorstellung wird deutlich, dass zur Bestimmung der Entstehung, Entwicklung und Höhe der Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen eine Betrachtung der Systemdynamik der Radbremse notwendig ist. Hinsichtlich einer

⁸¹ Fukano, A.; Matsui, H.: [Development of disc-brake design method, 1986], S.3.

analytischen Modellbildung steht die Zielfrage im Vordergrund, welche Zusammenhänge der Realität abgebildet werden müssen, um die dynamische Entwicklung der entstehenden BTV und BPV in Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften des Bremsbelags abzubilden. Eine schematische Darstellung des Bremssattels mit den jeweiligen Freiheitsgraden in Form der Wege und Kraftflüssen zeigt Abbildung 21. Dieser Ansatz stellt eine, mit Ausnahme der Betrachtung der Bremsmomentenabstützung, reine axiale eindimensionale Modellvorstellung der Systemdynamik dar.

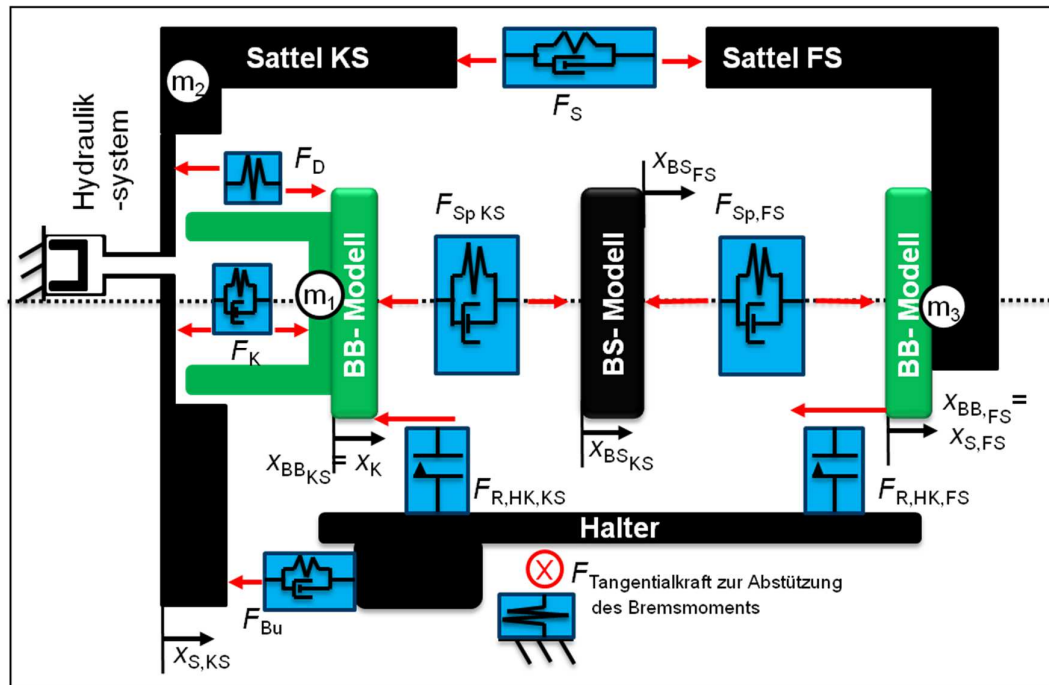


Abbildung 21: Schematische Darstellung der Modellvorstellung der Generierung von Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen innerhalb des Radbremssystems⁸²

Berücksichtigt werden die folgenden Komponenten des Bremssystems:

- Bremsbeläge mit Reibmaterial und Rückenplatte (ohne Dämpfungsbleche)
- Bremsscheibe als Weganregung
- Masse 1: Bremskolben und Bremsbelag der Kolbenseite
- Masse 2: Bremssattel der Kolbenseite
- Masse 3: Bremssattel der Faustseite gekoppelt mit dem Bremsbelag der Faustseite
- Kolbendichtring/Bushings hinsichtlich ihrer Kopplungsbeziehungen, ohne eigenen Masseanteil

⁸² Könning M., Nunes R., Fischer S., Winner H.: [Simulation of a brake system during hot judder,2014], S.3

▪ Halter als Starrkörper

Die gewählte Starrkörperabbildung der Bremse vereinfacht die in der Realität vorliegenden Zusammenhänge zur Abbildung der Dynamik des Systems. Die größte Vereinfachung besteht in der eindimensionalen Abbildung des Systems. Eine Sattelaufweitung führt beispielweise im Modell nicht zu einer inhomogenen Flächenpressung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe. Ebenfalls sind eindrehende bzw. ausdrehende Momente durch eine Push- bzw. Pull-Anlage der Bremsbeläge, also den Kontaktbedingungen zwischen Bremsbelaghammerköpfen und dem Bremsenhalter, nicht untersuchbar. Das Modell geht hinsichtlich der Kopplung von Masse 1 und Masse 2 durch den Kolbendichtring von einer elastischen Verspannung mit konstanter Steifigkeit aus. Ein Durchrutschen des Bremskolbens im Dichtring kann demnach nicht betrachtet werden. Gleiches gilt für die Kopplung von Bremsenhalter und Masse 2 durch die Bushings. Die Kopplung zwischen dem Bremsenhalter und Masse 1 bzw. 3 erfolgt über Reibung in den Kontaktstellen der Bremsbelaghammerköpfe im Bremsenhalter.

Für die verschiedenen in der Abbildung gezeigten Komponenten und deren Freiheitsgrade werden im Folgenden die Bewegungsgleichungen sowie für deren Kopplungen die Zusammenhänge untereinander aufgestellt.

In der schematischen Darstellung des Radbremssystems ist zu erkennen, dass drei verschiedene Koordinatensysteme für die jeweiligen gekoppelten Massen verwendet werden. Der Kolben, die kolbenseitige Gehäusehälfte und die faustseitige Gehäusehälfte besitzen jeweils einen Freiheitsgrad in x-Richtung. Die Verschiebungen der Rückenplatte des kolbenseitigen Bremsbelags werden mit der Kolbenbewegung gleichgesetzt. Zudem wird angenommen, dass sich die faustseitige Gehäusehälfte und Rückenplatte ebenfalls gleichförmig bewegen. Die eingezeichneten Koordinaten ergeben die positiven Richtungen der Bewegung jedes Körpers. Somit lassen sich die drei Bewegungsgleichungen (Formel (10), (11) und (12)) formulieren:

▪ Masse 3 Gehäusehälfte (FS):

$$(m_{BB,FS} + m_{S,FS})\ddot{x}_{S,FS} = F_{Sp,FS} + F_S + F_{R,HK,FS} \quad (10)$$

▪ Masse 2 Gehäusehälfte (KS):

$$m_{S,KS} \cdot \ddot{x}_{S,KS} = -F_K - F_S - F_D - 2F_{Bu} \quad (11)$$

▪ Masse 1 Kolbenbewegung:

$$(m_{BB,KS} + m_K)\ddot{x}_K = F_D - F_{Sp,KS} + F_K - F_{R,HK,KS} \quad (12)$$

Hinsichtlich der Modellannahmen zur Berechnung der einzelnen Kräfte innerhalb der Bewegungsgleichungen werden die Formeln aller verwendeten Kräfte angegeben:

- Kraft der Sattelaufweitung durch ein paralleles Feder-Dämpfer-Element:

$$F_S = (x_{S,KS} - x_{S,FS})k_S + (\dot{x}_{S,KS} - \dot{x}_{S,FS})d_S \quad (13)$$

- Kraft der Bushings durch ein paralleles Feder-Dämpfer-Element:

$$F_{Bu} = x_{S,KS} \cdot k_{Bu} + \dot{x}_{S,KS} \cdot d_{Bu} \quad (14)$$

- Dichtringkraft durch ein Feder-Element:

$$F_D = (x_{S,KS} - x_K)k_D \quad (15)$$

- Reibungskräfte zwischen Halter und den Hammerköpfen des Bremsbelags:

Die Reibungskräfte in den Hammerköpfen sind abhängig von den abzustützen- den Umfangskräften bzw. dem Bremsmoment und berechnen sich daher aus den Spannkraften multipliziert mit dem Reibbeiwert zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag sowie dem Reibwert zwischen den Hammerköpfen und der Reibfläche des Bremsenhalters.

$$F_{R,HK,KS/FS} = F_{Sp,KS/FS} \cdot \mu_{BB-BS} \cdot \mu_{HK-Halter} \quad (16)$$

- Kolbenkraft:

Die Kolbenkraft berechnet sich aus dem Bremsdruck multipliziert mit der Kolbenfläche. Der Bremsdruck ist hierbei nicht nur von dem durch den Hauptbremszylinder vorgegebenen Druck (hier als Solldruck bezeichnet) abhängig, sondern es besteht eine weitere Kopplung zu den Bewegungsfreiheitsgraden in x-Richtung von Kolben und kolbenseitiger Gehäusehälfte. Dem Solldruck werden Druckschwankungen durch die Bewegung der Komponenten zueinander überlagert. Hierfür ist es notwendig, eine druckabhängige Ersatzsteifigkeit und Ersatzdämpfungskonstante des Hydraulikteils zu definieren.

$$F_K = p_B(t) \cdot A_K = (p_{B,soll} + \Delta p_B) \cdot A_K = p_{B,soll} \cdot A_K + [(x_{S,KS} - x_K) k_{Hyd}(p_B) + (\dot{x}_{S,KS} - \dot{x}_K) d_{Hyd}(p_B)] \quad (17)$$

- Spannkraft:

Die Spannkraft berechnet sich aus den mechanischen Eigenschaften der Bremsbeläge und deren Deformation.

$$F_{Sp,KS} = k_{BB}(x_K - x_{BS,KS}) + d_{BB}(\dot{x}_K - \dot{x}_{BS,KS})$$

$$F_{Sp,FS} = k_{BB} \cdot (x_{S,FS} - x_{BS,FS}) + d_{BB} \cdot (\dot{x}_{S,FS} - \dot{x}_{BS,FS}) \quad (18)$$

Es wird deutlich, dass für das so beschriebene System gekoppelter Differenzialgleichungen die Abhängigkeit der Spannkraft von den mechanischen Eigenschaften des Brems-

belags eine direkte Beeinflussung der kompletten Systemdynamik nach sich zieht. Die hier verwendeten mechanischen Eigenschaften des Bremsbelags Steifigkeit und Dämpfung werden im folgenden Abschnitt daher nochmals diskutiert.

4.2.3 Bremsbelagmodell

Innerhalb des Standes der Technik wurde bereits das viskoelastische Werkstoffverhalten von Bremsbelägen beschrieben. Für die Wahl eines mechanischen Ersatzmodells des Verhaltens des Bremsbelags werden im Folgenden zunächst verschiedene bekannte Modelle vorgestellt und die getroffenen Vereinfachungen diskutiert.

In den Veröffentlichungen von Augsburg⁸³ und Wegmann⁸⁴ werden aus Erkenntnissen von Untersuchungen zum Deformationsverhalten von Bremsbelägen abgeleitete, vereinfachte mechanische Modelle zur Beschreibung der dynamischen Bremsbelageigenschaften vorgestellt. Abbildung 22 zeigt das von Wegmann entwickelte Modell. Das Modell wird in drei Elemente unterteilt: die Reihenschaltung von Kelvin-Modellen bildet das dynamische, frequenzabhängige Verhalten ab. Die Amplitudenabhängigkeit der Steifigkeit wird durch die Parallelschaltung eines Federelements und eines Reibungselements und das Setzverhalten während der ersten Belastungen durch die Reihenschaltung eines Reibungs- und eines Dämpferelements dargestellt.

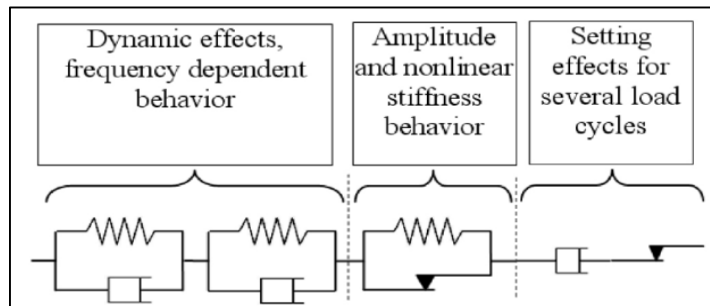


Abbildung 22: Mechanisches Modell nach Wegmann zur Beschreibung des dynamischen Bremsbelagverhaltens⁸⁴

Abbildung 23 zeigt ein von Augsburg entwickeltes Modell, das das viskoelastische Verhalten von Bremsbelägen durch die Anordnung von zwei Federelementen und einem Dämpferelement beschreibt. Diese Anordnung erlaubt die Abbildung der belastungsabhängigen, dynamischen Steifigkeit und der Spannungs-Dehnungs-Hysterese. Für die

⁸³ Augsburg, K. et al.: [Augsburg Brake Pad Behaviour, 2003]

⁸⁴ Wegmann, E.; Stenkamp, A.: [Model Approach for Friction Materials, 2011]

Beschreibung des Setz- sowie des Kriechverhaltens der Bremsbeläge wird dem Modell ein coulombsches Reibungselement hinzugefügt.

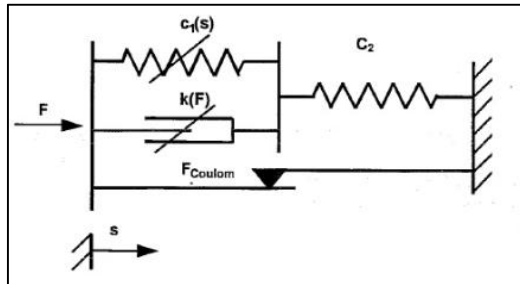


Abbildung 23: Mechanisches Modell nach Augsburg zur Beschreibung des dynamischen Bremsbelagverhaltens⁸³

Zur Verdeutlichung der verschiedenen Elemente der Ersatzmodelle und dem durch sie repräsentierten Verhaltens im Kraft-Verformungsdiagramm werden im Folgenden die grundlegenden mechanischen Werkstoffeigenschaften differenziert beschrieben.

Das nichtlineare und hysteresebehaftete Werkstoffverhalten wird analog zu dem Modell von Wegmann⁸⁴ durch ein Federelement kombiniert mit einem Reibelement beschrieben. Die zunehmende Steifigkeit mit steigender Deformation wird dabei durch die zunehmende Reibungskraft mit steigender Deformation des porösen Materials erklärt. Abbildung 24 zeigt das mechanische Ersatzmodell sowie beispielhaft das daraus resultierende Kraft-Verformungs-Verhalten.

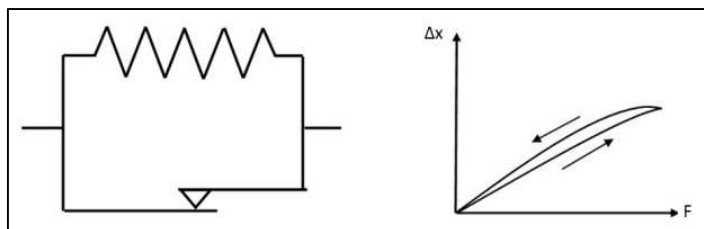


Abbildung 24: Mechanisches Modell des nichtlinearen Kraft-Verformungsverhaltens⁸⁵

Das Setzverhalten, also die während der ersten Be- und Entlastungszyklen zusätzlich auftretende, bleibende Deformation wird durch eine zusätzliche Federsteifigkeit für den ersten Belastungs- und Entlastungszyklus, mit einer belastungsrichtungsabhängigen Steifigkeit für Be- und Entlastung beschrieben. Dieses Modell gilt sowohl für zeitabhängiges als auch für zeitunabhängiges Setzverhalten. Andererseits kann die zusätzliche Deformation über ein in Reihe zu den restlichen Modellkomponenten angeordnetes Dämpferelement abgebildet werden, das beim ersten Belasten die zusätzliche Deforma-

⁸⁵ Eigene Darstellung in Anlehnung an Wegmann, E.; Stenkamp, A.: [Model Approach for Friction Materials, 2011]

tion durch den Dämpferweg darstellt. Abbildung 25 zeigt die beiden beschriebenen Varianten der mechanischen Ersatzmodelle, links oben das Modell mit der richtungsabhängigen Federsteifigkeit und links unten das Modell mit in Reihe geschaltetem Dämpferelement. Auf der rechten Seite ist der Verlauf der Deformation über der Kraft dargestellt.

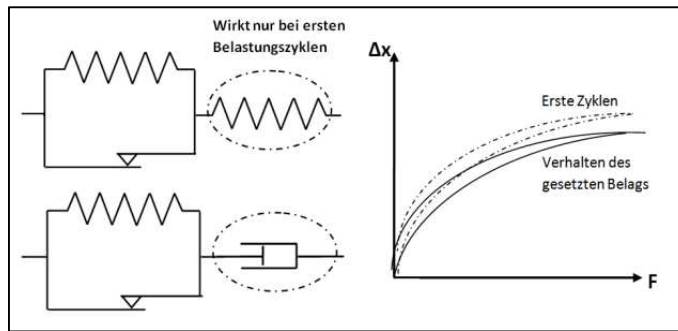


Abbildung 25: Mechanisches Modell und Kraft-Verformungs-Verlauf für das Setzverhalten⁸⁵

Die Frequenzabhängigkeit der dynamischen Steifigkeit bei oszillierender Belastung sowie das Kriechverhalten bei konstanter Belastung können mithilfe eines oder mehrerer hintereinander geschalteten Kelvin-Voigt-Elemente abgebildet werden.⁸⁴ Abbildung 26 zeigt beispielhaft die Frequenzabhängigkeit des Kraft-Verformungs-Verhaltens eines solchen Modells. Die Steigung der Verbindungsgraden der Wendepunkte der Kurven wird mit zunehmender Frequenz flacher (vgl. 1 Hz und 30 Hz) und zeigt somit eine erhöhte dynamische Steifigkeit in diesem Betriebspunkt.

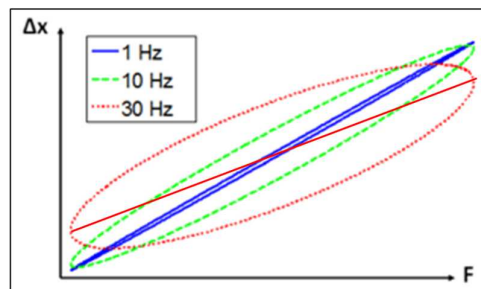


Abbildung 26: Frequenzabhängigkeit des Kraft-Verformungs-Verhaltens⁸⁵

Auf Basis der Modelle nach Augsburg⁸³ und Wegmann⁸⁴ sowie der Zusammenhänge hinsichtlich des Werkstoffverhaltens wird innerhalb der analytischen Modellvorstellung zur Beschreibung des Bremsbelags ein Kelvin-Voigt-Element gewählt. Innerhalb der Spannkraftberechnung in Formel (18) wurde dies bereits berücksichtigt, da hierin nur eine Dämpfungskonstante d und Steifigkeit k Verwendung gefunden hat. Das gewählte Modell beschreibt somit die Belastungsfrequenzabhängigkeit der dynamischen Steifig-

keit, sowie den Anteil der Dissipation. Diese getroffene Modellauswahl vernachlässigt somit sowohl das Setzverhalten der Bremsbeläge als auch das nicht-lineare und nicht-ideale⁸⁶ Werkstoffverhalten, also das nicht-lineare Spannungs-Dehnungs-Verhalten.

Die Vernachlässigung des Setzverhaltens ist begründet dadurch, dass die zusätzliche Deformation bei den ersten Belastungen des Bremsbelags nur abgebildet bzw. kontrolliert werden könnte, sollten für jede Bremsung nicht vorbelastete Bremsbeläge verwendet werden. Die Beläge werden eingefahren und sind somit in einem ungewissen Stadium vorkonditioniert.

Durch Verwendung einer konstanten Steifigkeit des Federelements und damit der Vernachlässigung des nicht-linearen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens wird hinsichtlich der später durchzuführenden Regressionsanalyse die Anzahl der Einflussgrößen bewusst niedrig gehalten, um die Anforderungen an die notwendigen Stützstellen (Beschreibung in Kapitel 5.3.3) und den damit verknüpften Prüfumfang einzuschränken.

4.3 Fazit der Modellbildung

Die durchgeführte Modellbildung des beschriebenen Erklärungsmodells zeigt, dass die Phase der Entstehung der initialen Bremsscheibendeformation nicht analytisch, sondern nur rein phänomenologisch beschreibbar ist. Im Gegensatz hierzu, sind jedoch hinsichtlich sowohl der Übertragung der Weganregung durch die Bremsscheibendeformation als auch hinsichtlich der Wachstumsphase analytische Betrachtungen durchführbar. Eine Implementierung der analytischen Modellvorstellung dieser beiden Phasen wurde innerhalb der Simulationsumgebung MATLAB^{®87} durchgeführt. Für Validierungszwecke lässt sich in dieses Modell eine Bremsscheibenoberfläche als Eingang einprägen. Basierend auf diesen Ergebnissen⁸⁸ konnte eine grundlegende Fragestellung für die Entstehung von Rubbeln nach der Auswirkung einer Verwellung geklärt werden. Es ist nicht auf den ersten Blick ersichtlich, dass neben DTV auch eine Verwellung zu Schwankungen in Bremsmoment und Bremsdruck führen. Dieser Einfluss der Systemdynamik konnte mit dem axialen Modell jedoch nachgebildet werden. Damit können SRO und DTV unabhängig voneinander zu Bremsmoment- und Bremsdruckschwankungen führen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass innerhalb der analytischen Modellbildung in diesem Kapitel insgesamt sechs physikalische Eigenschaften des Bremsbelags die

⁸⁶ Definitionen siehe Bergmann, W.: [Werkstofftechnik, 2008], S.107 ff

⁸⁷ MATLAB[®] registered trademark of THE MATHWORKS INC.

⁸⁸ Könnig M., Nunes R., Fischer S., Winner H.: [Simulation of a brake system during hot judder]

entstehenden Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen beeinflussen. Diese umfassen die mechanischen Eigenschaften in Form von Steifigkeit k und Dämpfungskonstante d des Bremsbelags, die tribologische Eigenschaft des Bremsbelags in Form des Reibwertes μ und die thermischen Eigenschaften spezifische Wärmekapazität c_p , Wärmeleitfähigkeit λ und der Dichte des Reibmaterials ρ . Die thermischen Eigenschaften lassen sich in Form des Wärmeeindringkoeffizienten b in Formel (19) zusammenfassen:

$$b = \sqrt{\rho \cdot c_p \cdot \lambda} \quad (19)$$

Damit ergeben sich vier potentielle Einflussparameter des Bremsbelages (k, d, μ, b) auf Heißrubbeln, die innerhalb der experimentellen Einflussanalyse untersucht werden.

5 Versuchsmethodik der Einflussanalyse

Im Zuge der Beschreibung der Methodik der vorliegenden Arbeit in Kapitel 3 wurde bereits das Vorgehen bei der experimentellen Einflussanalyse erläutert. Innerhalb dieses Kapitels werden deren drei Hauptabschnitte, die statistische Versuchsplanung, die Untersuchung am Schwungmassenprüfstand, sowie die Regressionsanalyse näher beschrieben und erläutert.

5.1 Statistische Versuchsplanung - Variation der Produktionsmöglichkeiten

Das Werkzeug der statistischen Versuchsplanung wird innerhalb der vorliegenden Arbeit in zwei Abschnitten der experimentellen Versuchsplanung verwendet. Dabei handelt es sich zum einen um die Planung der Produktion der Prototypen der Bremsbeläge und zum anderen die Planung der durchzuführenden Versuche am Schwungmassenprüfstand.

Aus der Modellbildung im vorangegangenen Kapitel sind die zu variierenden Bremsbelageigenschaften Steifigkeit k , Dämpfungskonstante d , Reibwert μ und der Wärmeindringkoeffizient b abgeleitet worden. Zielsetzung ist es dabei, hinsichtlich der später durchzuführenden Regressionsanalyse eine möglichst weite Spreizung der Eigenschaften zu erzeugen und gleichzeitig möglichst alle Bereiche innerhalb der Spreizung abzudecken, die fertigungstechnisch möglich sind. Da innerhalb der Bremsbelagproduktion diese Vorgabe nicht gezielt umsetzbar ist, wurde eine vorgelagerte Variation derjenigen Produktionsmöglichkeiten durchgeführt, die in Abstimmung mit dem Hersteller der Bremsbeläge Einflüsse auf die zu variierenden Bremsbelageigenschaften haben. Hierfür wurde ein zweistufiger vollfaktorieller Versuchsplan der Produktionsmöglichkeiten umgesetzt, der in Abbildung 27 dargestellt ist.

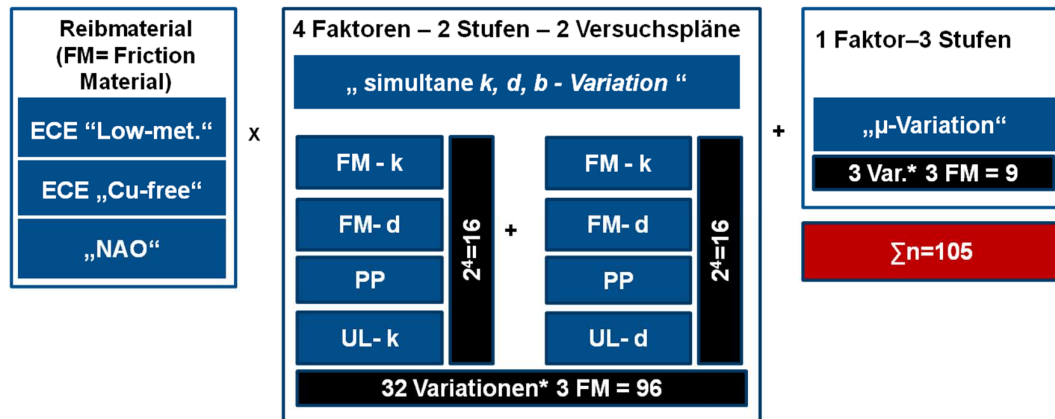


Abbildung 27: Vollfaktorieller Versuchsplan der Produktionsmöglichkeiten

Grundsätzlich werden drei Reibmaterialmischungen variiert in Form von ECE, ECE-Cufrei und NAO-Mischungen. Für jede dieser Reibmaterialien wurden insgesamt fünf unterschiedliche Produktionsmöglichkeiten variiert. Diese umfassen die Variation der Reibmaterialmischung (FM: Friction Material) durch Beimischen von Bestandteilen, die entweder die Steifigkeit (Produktionsmöglichkeit 1: FM-k) oder die Dämpfung (Produktionsmöglichkeit 2: FM-d) beeinflussen, die Änderung der Prozessparameter (PP) in Form des Pressdrucks und der Presstemperatur (Produktionsmöglichkeit 3) und die Variation der Zwischenschicht (UL-Under-Layer). Auch hinsichtlich der Zwischenschicht ist möglich, die Steifigkeit (Produktionsmöglichkeit 4: UL-k) oder die Dämpfung zu beeinflussen (Produktionsmöglichkeit 5: UL-d). Jede der Produktionsmöglichkeiten wird dabei in zwei Stufen (viel – wenig/ hoch – tief) variiert. Damit würde sich für zwei Stufen und fünf Faktoren bei vollfaktorieller Kombination ein Versuchsplan mit 2⁵ Varianten ergeben. Die beiden Produktionsmöglichkeiten der Zwischenschicht sind jedoch nicht unabhängig kombinierbar, da es nicht möglich ist, eine Zwischenschicht mit hoher Dämpfung und gleichzeitig hoher Steifigkeit auszuführen. Dies führt zu dem dargestellten zweigeteilten Versuchsplan. Somit wurden jeweils für die drei unterschiedlichen Basis-Reibmaterialien 32 Varianten erzeugt. Durch Änderung der Korngrößen der harten Carbide innerhalb der jeweiligen Mischungen wurde zusätzlich Einfluss auf den Reibwert genommen und weitere 9 Varianten erzeugt.

5.2 Untersuchung am Schwungmassenprüfstand

5.2.1 Versuchsdesign

Aus der Literatur ist bekannt und bereits in Kapitel 2.1 beschrieben, dass das Phänomen des Heißrubbels bei Bremsungen mit niedrigeren bis mittleren Verzögerungen aus hohen Ausgangsgeschwindigkeiten auftritt. Zusätzlich kann auch die Bremsart variieren, unterschieden in Verzögerungsbremmung entsprechend einem Verzögerungsvorgang und Schleppbremmung bei konstanter Drehgeschwindigkeit. Hiermit sind die drei Faktoren, die zur Detektion einer kritischen Bremssituation variiert werden müssen: die Bremsart, die Ausgangsgeschwindigkeit und die Verzögerung. Bei Verzögerungsbremmungen wird aus vorgegebener Anfangsgeschwindigkeit die voreingestellte Schwungmasse bis zu einer definierten Endgeschwindigkeit verzögert. Bei Schleppbremmungen arbeitet der Antrieb des Prüfstandes gegen die Bremskräfte, um die Geschwindigkeit konstant zu halten. Beide Bremsarten können am Schwungmassenprüfstand entweder druckgeführt oder momentgeführt gefahren werden. Die Bremsart der Verzögerungsbremmungen kann zusätzlich auch verzögerungsgeführt gefahren werden. Die Stellgröße der Regelung ist dabei der im Bremszylinder erzeugte Bremsdruck. Bei der Untersuchung von Heißrubbels sind generierte BTV und BPV eine wichtige Beurteilungsgröße und dürfen nicht durch die Prüfstandsteuerung ausgeregelt werden. Unmittelbar hinter dem Bremszylinder wird daher eine hydraulische Drossel in die Verbindung zum Bremsattel eingesetzt, die eine dynamische Entkopplung zwischen dem Steuerdruck und den potentiell gemessenen Bremsdruck- bzw. Bremsmomentschwankungen ermöglicht. Die Regelung im jeweiligen Fall erfolgt daher hinsichtlich eines mittleren Bremsmomentes oder Bremsdruckes, da die Stellgröße Bremsdruck am Sattel nur träge (gemessene Ausgleichszeit $\sim 0,5\text{s}$ bis Erreichen von 63% des Zielwertes) eingestellt werden kann. Bei Annahme von PT1-Verhalten des Reglers ergibt sich aus einer Zeitkonstanten von $0,5\text{s}$ eine Eckkreisfrequenz ω von $2/\text{s}$ und somit die Grenzfrequenz des PT1-Gliedes von ungefähr $0,32\text{ Hz}$. Treten Bremsdruckschwankungen in der ersten Ordnung bei 100 km/h auf, ergibt sich hieraus eine Frequenz von 14 Hz der Bremsdruckschwankungen (mit dyn. Rollradius = $0,314\text{ m}$). Dies entspricht etwa dem 44-fachen der Grenzfrequenz und kann demnach nicht vom Prüfstand ausgeregelt werden.

Das Versuchsdesign zur Detektion einer für Heißrubbels charakteristischen Zielgröße am Schwungmassenprüfstand gestaltet sich in drei Teilen: Schleppbremmungen mit konstanter Rotationsgeschwindigkeit, zum einen momentgeführt und zum anderen druckgeführt, sowie druckgeführte Verzögerungsbremmungen.

Vorversuche mit jeweils einem Bremsbelag der unterschiedlichen Reibmaterialien haben gezeigt, dass durch Wahl geeigneter Arbeitspunkte als Kombinationen von Ge-

schwindigkeit und Bremsmoment bzw. Bremsdruck mit allen Belägen Heißrubbeln erzeugt werden konnte⁸⁹. Die Schleppbremsungen am Prüfstand werden daher mit den drei verschiedenen Geschwindigkeiten (Variation in drei Stufen) und jeweils fünf Stufen von Bremsmoment bzw. Bremsdruck gefahren, wie sie in Tabelle 4 dargestellt sind.

Tabelle 4: Heißrubbels-Prüfprogramm der Schleppbremsungen am Schwungmassenprüfstand

<i>Geschwindigkeit*</i> / km/h	<i>Bremsmoment</i> / Nm					<i>Bremsdruck</i> / bar				
175	100	150	200	250	300	5	10	15	20	30
200										
225										

*Dyn. Rollradius des Reifens = 0.314m

Für jede Bremsbelagvariante wird jeweils eine neue Bremsscheibe eingesetzt und ein Einfahrprogramm durchlaufen, bevor die insgesamt 30 Schleppbremsungen absolviert werden. Innerhalb der momentgeführten Bremsung ergibt sich eine pro Umdrehung konstant umgesetzte Reibarbeit und innerhalb der druckgeführten Bremsungen ein konstanter mechanischer Einspannzustand des Bremsbelags. Obwohl das Referenzsystem im Feld keine Neigung zu Heißrubbeln aufzeigt, konnte durch die weite Spreizung des Versuchsprogrammes mit nahezu allen Belägen an mindestens einem Arbeitspunkt Heißrubbeln erzeugt werden.

Das Abbruchkriterium der Schleppbremsung liegt bei einer maximalen Scheibentemperatur von 500°C oder einer Bremszeit von maximal 60 Sekunden. Die Grenze der maximalen Scheibentemperatur besteht zum Schutz der verwendeten Messtechnik (kapazitive Wegsensoren). Die Grenze der Bremszeit besteht aus Gründen der Datenaufzeichnung, die für einzelne Bremsungen bei der hohen gewählten Abtastfrequenz von 10 kHz bei 60 Sekunden liegt.

Anschließend an die Schleppbremsungen werden fünf druckgeführte Verzögerungsbremsungen entsprechend Tabelle 5 durchgeführt. Hierbei hat die Bremsscheibe eine Starttemperatur von 200°C.

⁸⁹ Fischer S., Sardá A., Winner H.: [Effects of different friction materials on hot judder, 2013]

Tabelle 5: Heißrubbel Prüfprogramm der Verzögerungsbremungen am Schwungmassenprüfstand

<i>Geschwindigkeit</i> / km/h	<i>Bremsdruck</i> / bar				
$v_0 = 225$	5	10	15	20	30
$v_{\text{end}} = 80$					

5.2.2 Versuchsaufbau und Messgrößen

Abbildung 28 zeigt den schematischen Prüfaufbau mit den wichtigsten Signalwegen. Es wird deutlich, dass mit drei getrennten PCs gearbeitet wird. Rechner A mit der X-One Software steuert und regelt zum einen den Antrieb und die Bremsanlage des Prüfstandes und löst zusätzlich bei Bremsbeginn synchron die Datenaufzeichnung in den beiden Rechnern B und C aus. Die Aufzeichnung aller Messgrößen außer den Thermobilddaten übernimmt Rechner B mittels des Softwarepakets DIADEM. Hierin werden alle 23 Messkanäle aufgezeichnet bzw. im Falle der DTV aus den entsprechenden Wegsignalen berechnet. Zur Detektion der einzelnen Umdrehungen der Bremsscheibe wird ein Nullpunktgeber verwendet, der über einen Hall-Sensor an der Prüfstandswelle jeweils die 0° Position in Form eines 5V Spannungsimpulses detektiert.

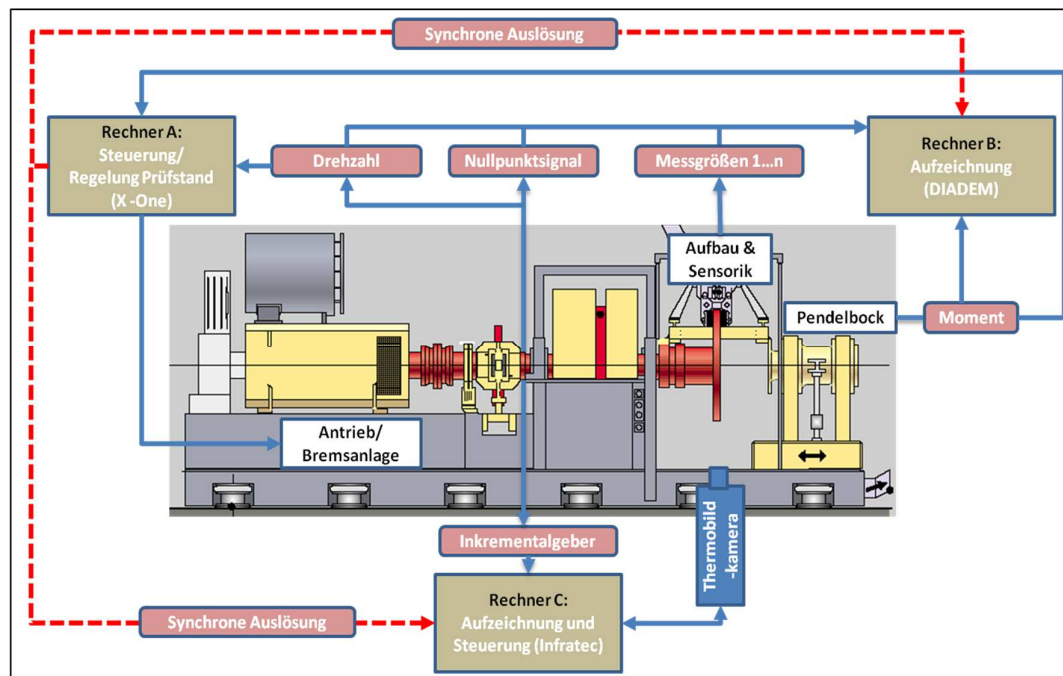


Abbildung 28: Prüfaufbau am SMP

Rechner C mit dem Softwarepaket von Infratec dient zur Aufzeichnung und Verarbeitung der Thermobilddaten. Die Thermobilddatenkamera benötigt hierbei zusätzlich einen

Inkrementalgeber auf der Prüfstandswelle, der pro Umdrehung eine definierte Anzahl von 5V Spannungsimpulsen ausgibt. Am fachgebietseigenen Schwungmassenprüfstand DYANA sind dies 2000 Impulse pro Umdrehung. Diese werden dazu verwendet, die Abtastrate der Kamera dynamisch an die Drehzahl der Prüfstandswelle bzw. der Bremscheibe derart anzupassen, so dass pro Umdrehung immer konstant 125 Zeilen abgetastet werden.

Zur Untersuchung von Heißrubbeln wurden sowohl die Zwischengrößen innerhalb der Wirkungskette von Heißrubbeln ausgewertet (Verwellung, Temperaturverteilung auf dem Reibring, Bremsscheibendickenschwankung) als auch die für die Kundenwahrnehmung ursächlichen, das Radbremssystem verlassenden Größen Bremsmoment- und Bremsdruck. Hierfür werden durch die eingesetzte Sensorik am Prüfstand folgende Messgrößen erfasst:

- Bremsmoment
- Bremsdruck
- Drehzahl
- Bremsscheibentemperatur
- Bremsvolumenaufnahme
- Bremsdruck am Sattel (zwischen Blende und Sattel)
- Bremsscheibentopographie – gemessen auf vier Radian
- Nullpunkt

Die geometrische Messung der Scheibenoberfläche erfolgt durch kapazitive Wegsensoren an beiden Seiten der Scheibe auf vier unterschiedlichen radialen Positionen. Mittels dieser Wegsignale werden die Bremsscheibendickendifferenzen (DTV) auf den vier Radian des Reibringes berechnet. Der Bremsdruck wird direkt am Sattel durch einen Drucksensor gemessen und mittels diesem werden die BPV erfasst. Zusätzlich wird unmittelbar an der Verbindung zur Radbremse eine Drossel in das hydraulische System integriert, die eine Entkopplung zwischen dem Steuerdruck und potentiellen Bremsdruckschwankungen ermöglicht. Die Bremsscheibentemperatur wird mittels schleifenförmigen Temperatursensors auf der Kolbenseite abgetastet. Um die einzelnen Umdrehungen beim Aufzeichnen der Messwerte genau zu erfassen, wird zusätzlich ein Nullpunktsignal benötigt, das durch einen induktiven Drehzahlgeber an der Prüfstandswelle erzeugt wird. Über die Momentenmessung am Prüfstand, die über einen sogenannten Pendelbock und eine Kraftmessdose realisiert ist, wird das Bremsmoment aufgezeichnet. Zur dynamischen Erfassung der Bremsmomentschwankungen wurde der Bremsenhalter zusätzlich entsprechend Abbildung 29 mit Dehnungsmesstreifen beklebt. Motivation hierfür ist die Eliminierung der schwingungsfähigen Messkette innerhalb des Pendel-

bocks durch Messung der Verformung des Bremsenhalters. Mittels dieses Systems zur Messung ist es möglich auch oberhalb der Dreheigenfrequenz des Messaufbaus am Prüfstand Bremsmomentschwankungen zu erfassen.

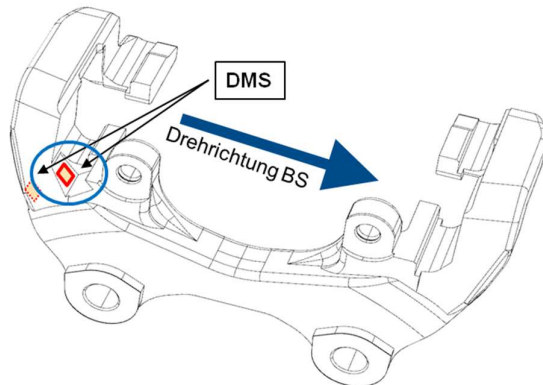


Abbildung 29: Alternative Bremsmomentmessung mittels Dehnungsmesstreifen am Bremsenhalter

Zur Detektion der Temperaturverteilung wurden die Reibflächen mittels einer Thermokamera für alle Bremsungen aufgezeichnet. In Abbildung 30 ist der Aufbau und die Sensorik innerhalb der Prüfkabine erkennbar. Zusätzlich ist beispielhaft ein durch die Thermobildkamera generiertes Thermobild dargestellt. Durch die beiden Spiegel auf beiden Seiten der Bremsscheibe werden der kolben- und faustseitige Reibring der Bremsscheibe gleichzeitig aufgezeichnet. Die Kamera erzeugt pro Umdrehung ein Bild, das aus 320 Pixeln in horizontaler Richtung und 125 Pixeln in Umfangsrichtung besteht. Wie der Abbildung zu entnehmen, überstreicht die Kamera in horizontaler Richtung dabei nicht nur die Reibringe der Bremsscheibe in den Spiegeln, sondern auch die Kühlkanalstege. Die Grenzen der Reibringe müssen vor der Durchführung einer Messung innerhalb der Infratec-Software definiert werden, um diese in der späteren Auswertung eindeutig identifizieren zu können.

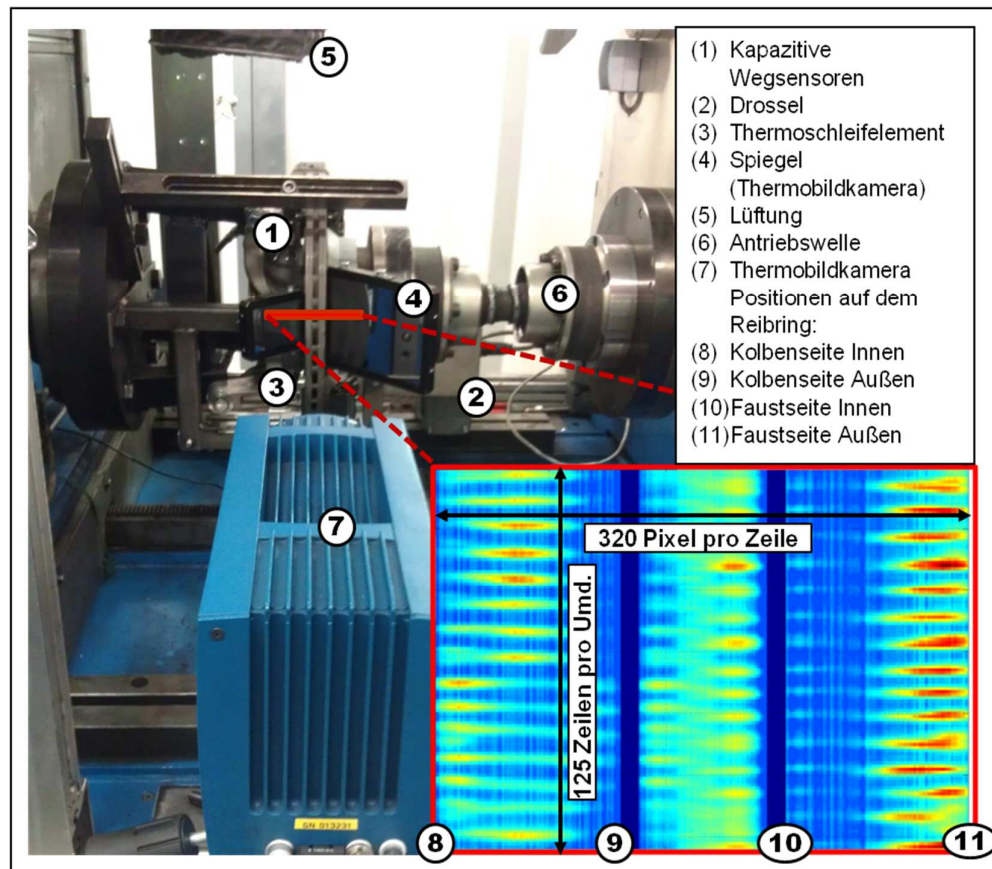


Abbildung 30: Versuchsaufbau und Prinzip des Thermobildkamerabildes

Die minimal notwendige Abtastfrequenz der Messtechnik ergibt sich aus einer Betrachtung des ungünstigsten Falls bei dem Heißrubbeln auftritt. Dies bedeutet bei dem verwendeten System eine Geschwindigkeit entsprechend der Maximalgeschwindigkeit des betrachteten Fahrzeugs (250 km/h) in Kombination mit einer maximalen Anzahl an zu detektierenden Änderungen eines Signals der Messgrößen pro Umdrehung. Aus der Literatur ist keine Ordnung größer als die sechzigste der Messgrößen bekannt, die in Zusammenhang mit Heißrubbeln gebracht wird. Anzumerken ist hierbei, dass Ordnungen i die größer als die zwanzigste sind im Zusammenhang mit der Anzahl der Kühlkanalstege stehen. Daher ergibt sich nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem⁹⁰ die minimal notwendige Abtastfrequenz zu:

$$f_{\text{abt}} > 2f_{\text{max}} = 2i_{\text{max}}\omega_{\text{max}} = 2i_{\text{max}}v_{\text{max}}/(2\pi R_{\text{dyn}}) \quad (20)$$

Setzt man die Werte für das innerhalb dieser Arbeit verwendete Referenzfahrzeug ein, ergibt sich eine minimale Abtastfrequenz von rund 4172 Hz. Die am Schwungmassen-

⁹⁰ Bucher Gruppe: [Digitale Signalverarbeitung, Signal Analysis, 2010], S.64

prüfstand verwendete Sensorik kann diese Abtastrate liefern. Die gewählte Abtastrate liegt bei 10 kHz.

5.3 Regressionsanalyse

Im Fokus der Arbeit steht die Regressionsanalyse zwischen den Belageigenschaften und den charakteristischen Kenngrößen des Heißrubbels. Darüber hinaus ist es möglich, innerhalb der entwickelten Versuchsmethodik einen Zusammenhang zwischen den Produktionsmöglichkeiten und den Kenngrößen des Heißrubbels dahingehend zu untersuchen, ob bestimmte Variationen der Produktion unabhängig von der gewählten Reibmaterialfamilie einen signifikanten Einfluss aufweisen (Abbildung 31).

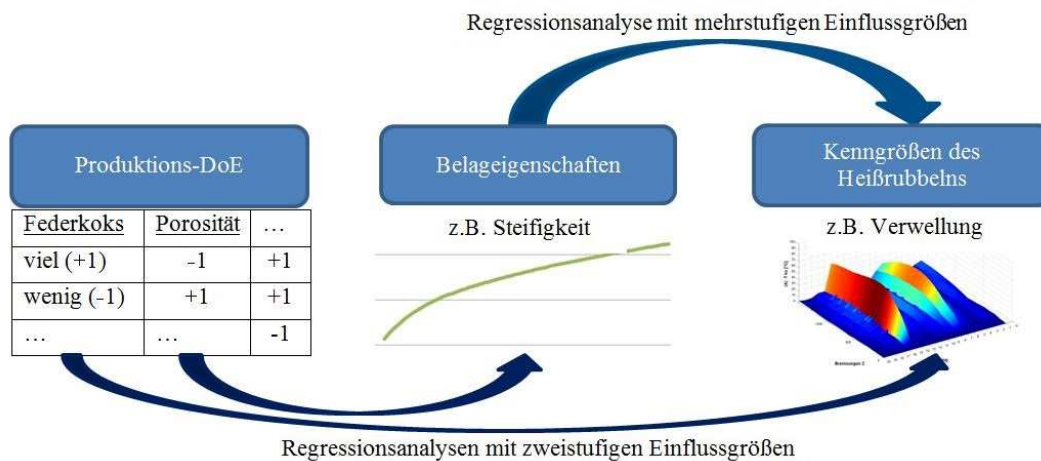


Abbildung 31: Übersicht der per Regressionsanalysen zu untersuchenden Beziehungen

Diese beiden Analysen unterscheiden sich im Hinblick auf die jeweilige Ausprägung der verwendeten Einflussgrößen. Die Parameter der Produktions-DoE werden in zwei Stufen variiert, nämlich -1 (wenig bzw. niedrig) und +1 (viel bzw. hoch).

Die Belagprototypen dagegen werden wie zu Beginn des Kapitels beschrieben in mehreren Stufen mit möglichst weiter Spreizung produziert. Die Regressionsanalyse wird demnach für mehrstufige Variablen, also den Bremsbelageigenschaften, vorgenommen.

Es ist wichtig hierbei alle relevanten Eingangsgrößen bzw. Einflussgrößen zu berücksichtigen, da diese sich alle bei einer Variation des Produktionsprozesses ändern. Das innerhalb der Modellbildung beschriebene Simulationsmodell ist als Vorhersagemodell durch die nicht enthaltene Entstehung der initialen Brems Scheibendeformation nicht geeignet. Daher wird ein statistischer Ansatz gewählt, indem verschiedene Regressionsmodelle hinsichtlich ihrer Vorhersagegüte der Zielgrößen analysiert werden.

Innerhalb dieses Kapitels werden die folgenden, zur Durchführung der mehrstufigen Regressionsanalyse notwendigen Teilbereiche näher beschrieben:

- Definition der Einflussgrößen der Regression
- Definition der Zielgrößen der Regression
- Ablaufstruktur der Regression
 - Voraussetzungen der Regression
 - Regressionsmodelle
 - Bewertung der Modellgüte

5.3.1 Definition der Einflussgrößen der Regression

Die Modellbildung in Kapitel 4 liefert vier zu untersuchende Einflussparameter des Bremsbelages auf Heißrubbeln, die die mechanischen Eigenschaften in Form von Steifigkeit k und Dämpfungskonstante d des Bremsbelags, die tribologische Eigenschaft in Form des Reibwertes μ und die thermischen Eigenschaften in Form des Wärmeeindringkoeffizienten b umfassen. Diese Bremsbelageigenschaften zeigen jedoch, wie innerhalb der Literaturrecherche bereits aufgezeigt, unterschiedliche Abhängigkeiten vom vorherrschenden Betriebspunkt während der Bremsung. Für eine Regressionsanalyse müssen jedoch für die Eingangsgrößen einzelne konstante Werte verwendet werden. Daher werden im Folgenden die jeweiligen gewählten Betriebspunkte der Eingangsgrößen beschrieben, um somit zu ermöglichen, konstante Werte abzuleiten.

Hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften Steifigkeit k und Dämpfungskonstante d des Bremsbelags wurde innerhalb der Literaturrecherche in Kapitel 2.2.1 deren Abhängigkeiten vom Betriebspunkt aufgezeigt. Zur Erfüllung der Anforderung an die Regression eines konstanten Wertes der Eingangsgröße muss an dieser Stelle eine Vereinfachung getroffen werden. Diese geschieht unter den zwei Gesichtspunkten der in der Praxis bekannten und verfügbaren Messmethoden und der Vergleichbarkeit der Messgröße zwischen den Bremsbelagprototypen.

Die innerhalb der Praxis verfügbaren Prüfungen hinsichtlich Steifigkeit und Dämpfung sind dabei die Bestimmung der Kompressibilitätsmaßes $K6$ des Bremsbelags in Form des K6-Versuchs sowie die Bestimmung des Dämpfungsmaßes D im Anschlagversuch. Beide Prüfungen sind ausführlich in Anhang A.1 beschrieben. Der K6-Versuch bestimmt hierbei nicht direkt eine Kompressibilität, sondern es wird die Dickenänderung bzw. Stauchung des Bremsbelages bei einer Prüflast bestimmt, die 160 bar Bremsdruck entspricht. Ausgewertet werden hierbei die Belagdeformation bei der dritten ($K3$) bzw. sechsten ($K6$) Belastung nach vorhergehenden Be- und Entlastungszyklen, um somit das anfängliche Setzen im Reibmaterial und in der Kontaktzone als Störgröße zu minimie-

ren. Die Bestimmung erfolgt bei Raumtemperatur. Die Kompressibilität ist definiert als Kehrwert der Steifigkeit, wobei die Steifigkeit berechnet werden kann aus dem Quotienten einer Prüflast und der resultierenden Dickenänderung. Da innerhalb der K6-Versuche alle Bremsbeläge mit der identischen Prüflast von 160 bar beaufschlagt werden und alle Bremsbeläge die gleiche Geometrie aufweisen, stellt die Dickenänderung eine für die Kompressibilität charakteristische, zwischen den Prototypen vergleichbare, Größe dar und wird im Folgenden anstatt der Kompressibilität verwendet. Durch Definition des K6-Wertes als konstante, für die Steifigkeit charakteristische, Einflussgröße wird der dynamische Anteil der Steifigkeit vernachlässigt.

Innerhalb des Anschlagversuches werden durch Impulsanregung des Bremsbelags und Auswertung der entstehenden Schwingungsantwort die Eigenfrequenzen des Bremsbelags, sowie das der jeweiligen Eigenfrequenz zugeordnete Dämpfungsmaß D bestimmt. Für die ausführliche Beschreibung des angewendeten SDOF-Verfahren sei an dieser Stelle auf Anhang A1.1 verwiesen. Der Zusammenhang zwischen Dämpfungsmaß D und Dämpfungskonstante d eines viskos gedämpften Systems ist allgemein als Verhältnis von Dämpfungskonstante d zur kritischen Dämpfungskonstante d_{krit} definiert. Dabei ist d_{krit} die Dämpfung, die vorliegen muss, um den aperiodischen Grenzfall zu erreichen.⁹¹

$$D = \frac{d}{d_{\text{krit}}} \quad (21)$$

Die Angabe des Dämpfungsmaßes erfolgt demnach in Prozent bzw. Promille der kritischen Dämpfungskonstante. Auch hier wird durch die Definition des Dämpfungsmaßes D als konstante für die Dämpfung charakteristisch angenommene Einflussgröße der dynamische Anteil der mechanischen Größe vernachlässigt.

Zur Bestimmung des Wärmeeindringkoeffizienten b werden Messungen der Wärmeleitfähigkeit, der spezifischen Wärmekapazität und der Dichte der Bremsbeläge bzw. der Belagmischungen durchgeführt.

Die Wärmeleitfähigkeit λ wird an einer quaderförmigen Probe bei fünf verschiedenen Probenmitteltemperaturen (ca. 100 °C, 150 °C, 200 °C, 250 °C, 300 °C) ermittelt und zusätzlich aus diesen Werten die Wärmeleitfähigkeit bei 10 °C Probenmitteltemperatur extrapoliert.

Die Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität erfolgt mittels dynamischer Differenzkalorimetrie anhand pulverförmiger Proben. Auch hier liegen die Werte abhängig von der Probentemperatur vor, in diesem Fall jedoch in einem Intervall von 50 °C bis 200 °C in Schritten von 10 °.

⁹¹ Waller.: [Schwingungslehre, 1989], S.45 ff.

Als Wert für die Dichte wird die sogenannte Rohdichte, auch scheinbare Dichte genannt, nach DIN 1306 verwendet. Sie berücksichtigt bei porösen Festkörpern neben dem Volumen des Feststoffs V_{fest} auch das der Porenräume V_{por} .⁹² Für die Berechnung der Rohdichte der Belagmischung wird eine quaderförmige Probe des Reibbelags ohne vorherige Trocknung vermessen und gewogen.

$$\rho_{\text{roh}} = \frac{m_{\text{probe}}}{V_{\text{fest}} + V_{\text{por}}} \quad (22)$$

Da sowohl Wärmeleitfähigkeit als auch spezifische Wärmekapazität in Abhängigkeit der Temperatur vorliegen, ist es notwendig, für sie einen fixen Betriebspunkt zu wählen, um einen konstanten Wärmeeindringkoeffizienten zu erhalten. Die für innerhalb von durchgeführten Vorversuchen über die 30 Schleppbremsungen des Prüfprogramms mittlere gemessene Belagtemperatur eines Serienbelags lag bei ca. 134 °C. Da dieser Wert aber stark vom verwendeten Reibmaterial abhängt und somit nicht grundsätzlich für die Untersuchung festgelegt werden kann, wird bei der Bestimmung der Wärmeeindringkoeffizienten hinsichtlich der Vergleichbarkeit der Prototypen eine Reibbelag-Temperatur von 150 °C zugrunde gelegt.

Der Reibbeiwert μ als Verhältnis der Umfangskraft zur Normalkraft wird aus den Messgrößen des Bremsmoments und des Bremsdrucks unter Annahme eines konstanten effektiven Reibradius am Schwungmassenprüfstand berechnet. Dieser ist entsprechend der Literaturrecherche ebenfalls abhängig vom Betriebspunkt der Bremsung. Vor den eigentlichen Bremsungen des Versuchsprogramms werden, wie im Kapitel 5.2 beschrieben, sogenannte Einlaufbremsungen zur Ausbildung eines Tragbildes zwischen Brems-scheibe und Bremsbelag gefahren. Diese werden solange durchgeführt, bis sich der Reibbeiwert stabilisiert hat. Da dies für alle Bremsbelagprototypen unter vergleichbaren Bedingungen geschieht, wird als charakteristische Eingangsgröße der Reibbeiwert der letzten Einlaufbremsung definiert.

5.3.2 Kenngrößen von Heißrubbeln

Die charakteristischen Messgrößen der Wirkungskette von Heißrubbeln, die während des gesamten Bremsverlaufs aufgezeichnet bzw. berechnet werden, umfassen die Verwellung, die Bremsscheibendickenschwankungen, die Temperaturverteilung auf den Reibflächen der Brems-scheibe, die Bremsmomentschwankungen und die Bremsdruckschwankungen. Diese zeitabhängigen Messgrößen sind jedoch innerhalb der Regressionsanalyse als Zielgrößen nicht verwendbar. Daher werden für alle Zeitsignale der Messgrößen von Heißrubbeln einzelne Kenngrößen als Zielgrößen definiert, für die jeweils die Regressionsanalyse durchgeführt werden kann.

⁹² [DIN 1306, 1984], S.2

Bremsmomentschwankungen (BTV)

Mittels des beschriebenen Bremsenhalters mit Dehnungsmessstreifen wird über den Umweg einer gemessenen Verformung das Bremsmoment bestimmt. Hierbei wird die von den DMS ausgegebene Spannung als Maß für dessen Verformung anhand eines aus der Kalibrierung bekannten Polynoms in ein Moment umgerechnet. Damit erhält man das Bremsmoment zum Zeitpunkt t bzw. in Abhängigkeit vom Drehwinkel φ :

$$M(t) = M_j(\varphi(t) - 2\pi j) \quad (23)$$

Mit	M	Nm	Bremsmoment
	φ	rad	Drehwinkel
	j	---	j -te Umdrehung

Aus dem Zeitsignal des Bremsmomentes werden die „peak-to-peak“ Werte aus der Differenz zwischen maximal und minimal auftretendem Bremsmoment innerhalb jeder Umdrehung j der Bremsung berechnet:

$$M_{pp,j} = M_{\max,j} - M_{\min,j} \quad (24)$$

Damit erhält man den Wert der Bremsmomentschwankung der j -ten Umdrehung. Die über den kompletten Verlauf einer Bremsung maximal auftretende Bremsmomentschwankung wird mit $M_{pp,\max}$ bezeichnet. Im Prüfprogramm werden verschiedene Schleppbremsungen durchlaufen, für die jeweils diese charakteristische Kenngröße $M_{pp,\max}^m$ der m -ten Bremsung bestimmt wird. Für m gilt dabei ein Wertebereich von 1 bis 30 als Nummer der geprüften Schleppbremsungen (1-15 momentgeführt; 16-30 druckgeführt).

Die nächste charakteristische Kenngröße berechnet sich aus den „peak-to-peak“ Werten der Umdrehungen einer Bremsung $M_{pp,j}$. Hierzu werden die Koeffizienten aus Formel (25) mittels der Methode der linearen Regression derart an die Werte von $M_{pp,j}$ angepasst, dass die Summe der Fehlerquadrate minimiert werden. Die Geradengleichung hat dabei die Form:

$$M_{pp,j}(j) = \alpha_0 + \alpha_1 j \quad (25)$$

Die Steigung dieser Geraden (Koeffizient α_1) wird als zweite charakteristische Kenngröße als Zuwachsrate der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen im Winkelbereich definiert und hat die Einheit Newtonmeter pro Umdrehung:

$$\alpha_{M1} = \frac{\sum_{j=1}^{j,\text{end}} (j - \bar{j})(M_{\text{pp},j} - \overline{M_{\text{pp}}})}{\sum_{j=1}^{j,\text{end}} (j - \bar{j})^2} \quad (26)$$

Mit	j,end	---	Letzte Umdrehung der Bremsung
	\bar{j}	---	Mittelwert der Umdrehungsanzahl
	$\overline{M_{\text{pp}}}$	Nm	Arithmetischer Mittelwert über alle Umdrehungen

Auch hier wird diese Kenngröße α_{M1}^m für alle durchlaufenen Schleppbremsungen m bestimmt. Neben der Ermittlung der Schwankung der Differenz von Minimum zu Maximum im Verlauf einer Umdrehung werden alle Messgrößen mittels Fourier-Transformation in den Winkel-Frequenzbereich übertragen und einer Ordnungsanalyse unterzogen. Für das Bremsmoment ergibt sich die Ordnungsdarstellung zu:

$$M_j(\varphi) = M_{j,0} + \sum_{i=1}^u \hat{M}_{j,i} \cos(i\varphi + \varphi_{j,i}), n \in \mathbb{N} \quad (27)$$

Mit	i	---	i -te Ordnung
	u	---	Höchste betrachtete Ordnung
	$\hat{M}_{j,i}$	Nm	Amplituden- bzw. Ordnungsspektrum

Innerhalb des resultierenden Amplituden- bzw. Ordnungsspektrums wird diejenige Ordnung als dominante Ordnung $n_{M,\text{dom}}$ bezeichnet, in der die maximale Bremsmomentamplitude \hat{M}_{MAX} auftritt. Diese beiden Kenngrößen der Bremsmomentschwankungen $n_{M,\text{dom}}^m$ und \hat{M}_{MAX}^m werden für alle durchlaufenen Schleppbremsungen m bestimmt. Dabei werden als $\hat{M}_{j,\text{dom}}$ die Bremsmomentamplituden innerhalb der dominanten Ordnung für jede j -te Umdrehung definiert.

Analog zum Vorgehen im Zeitbereich wird die Zuwachsrate der Bremsmomentamplitude innerhalb der dominanten Ordnung $\alpha_{\hat{M}_{\text{dom}}}$ bestimmt.

$$\alpha_{\hat{M}_{\text{dom}}} = \frac{\sum_{j=1}^{j,\text{end}} (j - \bar{j})(\hat{M}_{j,\text{dom}} - \overline{\hat{M}_{j,\text{dom}}})}{\sum_{j=1}^{j,\text{end}} (j - \bar{j})^2} \quad (28)$$

Auch hier wird diese Kenngröße $\alpha_{\hat{M}_{\text{dom}}}^m$ für alle durchlaufenen Schleppbremsungen m bestimmt.

Zusammenfassend ergeben sich somit fünf Kenngrößen für die Beschreibung des gemessenen Bremsmomentes innerhalb einer Bremsung m :

- Maximal auftretende Bremsmomentschwankung: $M_{\text{pp},\text{max}}^m$
- Zuwachsrate der Bremsmomentschwankung: α_{M1}^m

- Maximal auftretende Bremsmomentamplitude im Ordnungsbereich: \hat{M}_{MAX}^m
- Zuwachsrate der Bremsmomentamplitude innerhalb der dominanten Ordnung: $\alpha_{\hat{M}_{\text{dom}}}^m$
- Dominante Ordnung des Bremsmomentes: $n_{M,\text{dom}}^m$

Bremsdruckschwankungen (BPV)

Der Bremsdrucksensor am Sattel liefert den Bremsdruck zum Zeitpunkt t bzw. in Abhängigkeit vom Drehwinkel φ zu:

$$p(t) = p_j(\varphi(t) - 2\pi j) \quad (29)$$

Analog zum Vorgehen bei den Bremsmomentschwankungen werden daraus die fünf Kenngrößen für die Beschreibung des gemessenen Bremsdrucks abgeleitet:

- Maximal auftretende Bremsdruckschwankung: $p_{\text{pp,max}}^m$
- Zuwachsrate der Bremsdruckschwankung: α_{p1}^m
- Maximal auftretende Bremsdruckamplitude im Ordnungsbereich: \hat{p}_{MAX}^m
- Zuwachsrate der Bremsdruckamplitude innerhalb der dominanten Ordnung: $\alpha_{\hat{p}_{\text{dom}}}^m$
- Dominante Ordnung der Bremsdruckschwankung: $n_{p,\text{dom}}^m$

Bremsscheibendeformation

Die Bremsscheibendeformationen werden mittels kapazitiven Wegsensoren auf beiden Reibringen der Bremsscheibe bestimmt. Im Folgenden wird zunächst beschrieben, wie die Bremsscheibendickenschwankungen (DTV) sowie die Verwellung aus den gemessenen Wegen berechnet werden und wie zwischen Scheibenschlag und Verwellung differenziert wird.

Die kapazitiven Wegsensoren auf dem faust- und kolbenseitigen Reibring (FS/KS) liefern auf den Radien r_l mit $l = 1, \dots, 4$ Wegsignale in Abhängigkeit der Zeit t bzw. des Drehwinkels φ für jede j -te Umdrehung der Bremsung. Die Positionierung der Sensoren erfolgt dabei auf vier äquidistant verteilten Radien mit einem Abstand von jeweils 10 mm vom Innen- und Außenradius des Reibringes. Der Index des Radius steigt dabei vom inneren Radius nach außen.

$$w_{r_l, \text{FS/KS}}(t) = w_{r_l, j, \text{FS/KS}}(\varphi(t) - 2\pi j) \quad (30)$$

Das Signal der Brems Scheibendickenschwankung $DTV_{r_l,j}$ für jeden der betrachteten Radien berechnet sich aus der Summe der Signale von Faust- und Kolbenseite abzüglich des über der ersten Umdrehung gemittelten Signals $\overline{DTV_{r_l,1}}$.

$$DTV_{r_l,j} = [w_{r_l,j,FS}(\varphi(t) - 2\pi j) + w_{r_l,j,KS}(\varphi(t) - 2\pi j)] - \overline{DTV_{r_l,1}} \quad (31)$$

Aus diesem Signal werden die „peak-to-peak“ Werte aus der Differenz zwischen maximal und minimal auftretender Brems Scheibendickenänderung innerhalb jeder Umdrehung j jeweils für die Radien r_i berechnet.

$$DTV_{r_l,j,pp} = DTV_{r_l,j,max} - DTV_{r_l,j,min} \quad (32)$$

Die über den kompletten Verlauf einer Bremsung maximal auftretende Brems Scheibendickenschwankung wird mit $DTV_{r_l,max,pp}$ bezeichnet.

Auch die Brems Scheibendickenschwankungen werden mittels Fourier-Transformation in den Winkel-Frequenzbereich übertragen und einer Ordnungsanalyse unterzogen. Damit ergibt sich die Ordnungsdarstellung zu:

$$DTV_{r_l,j}(\varphi) = DTV_{r_l,j,0} + \sum_{i=1}^n \widehat{DTV}_{r_l,j,i} \cos(i\varphi + \varphi_{r_l,j,i}), n \in \mathbb{N} \quad (33)$$

Mit $\widehat{DTV}_{r_l,j,i}$ Nm Amplituden- bzw. Ordnungsspektrum

Alle beschreibenden Größen der Brems Scheibendickenschwankung wurden auf vier unterschiedlichen Radien berechnet. Im Hinblick auf eine Analyse der Wirkungskette, also einer Analyse der Auswirkungen einer Brems Scheibendeformation auf Bremsdruck- oder Bremsmomentschwankungen, steht jeweils nur eine Messgröße zum Vergleich zur Verfügung. Aus diesem Grund wird für die übergeordnete Beschreibung der Brems Scheibendickenschwankungen der arithmetische Mittelwert über den kompletten Radius der Brems Scheibe aus den vier einzelnen Signalen gebildet. Damit entfällt der Index r_i für alle Größen und analog zum Vorgehen bei den Bremsmomentschwankungen werden die fünf Kenngrößen für die Beschreibung der gemessenen Brems Scheibendickenschwankungen abgeleitet:

- Maximal auftretende Brems Scheibendickenschwankung: $DTV_{pp,max}^m$
- Zuwachsrate der Brems Scheibendickenschwankung: α_{DTV1}^m
- Maximal auftretende Brems Scheibendickenschwankungsamplitude im Ordnungsbereich: \widehat{DTV}_{MAX}^m
- Zuwachsrate der Brems Scheibendickenschwankungsamplitude innerhalb der dominanten Ordnung: $\alpha_{DTV_{dom}}^m$
- Dominante Ordnung der Brems Scheibendickenschwankung: $n_{DTV,dom}^m$

Der Scheibenschlag für Faust- und Kolbenseite der Bremsscheibe ergibt sich direkt aus den gemessenen Wegsignalen bzw. aus den somit gemessenen Abständen zur Bremsscheibe durch die Differenz zwischen Maximum und Minimum für jede j -te Umdrehung. Auch der Scheibenschlag stellt somit einen „peak-to-peak“ Wert dar.

$$SRO_{r_l,j,pp,FS/KS} = w_{r_l,j,max,FS/KS} - w_{r_l,j,min,FS/KS} \quad (34)$$

Der über den kompletten Verlauf einer Bremsung maximal auftretende Scheibenschlag wird mit $SRO_{r_l,max,pp,FS/KS}$ bezeichnet.

Das Signal der Verwellung der Bremsscheibe $v_{r_l,j}$ für jeden der betrachteten Radien berechnet sich aus der Differenz der Wegsignale von Faust- und Kolbenseite abzüglich des über der ersten Umdrehung gemittelten Signals.

$$v_{r_l,j} = [w_{r_l,j,FS}(\varphi(t) - 2\pi j) - w_{r_l,j,KS}(\varphi(t) - 2\pi j)] - \overline{v_{r_l,1}} \quad (35)$$

Auch für die Verwellung wird entsprechend der Bremsscheibendickenschwankungen der „peak-to-peak“ Wert für jede j -te Umdrehung berechnet:

$$v_{r_l,j,pp} = v_{r_l,j,max} - v_{r_l,j,min} \quad (36)$$

Die über den kompletten Verlauf einer Bremsung maximal auftretende Verwellung wird mit $v_{r_l,max,pp}$ bezeichnet.

Auch für die Verwellung wird analog zu den Bremsscheibendickenschwankungen der arithmetische Mittelwert der vier Radien gebildet. Damit entfällt der Index r_l für alle Größen und analog zum Vorgehen bei den Bremsmomentschwankungen ergeben sich die fünf Kenngrößen für die Beschreibung der gemessenen Verwellung:

- Maximal auftretende Verwellung: $v_{pp,max}^m$
- Zuwachsrate der Verwellung: α_{v1}^m
- Maximal auftretende Verwellsamplitude im Ordnungsbereich: \hat{v}_{MAX}^m
- Zuwachsrate der Verwellsamplitude innerhalb der dominanten Ordnung: $\alpha_{\hat{v},dom}^m$
- Dominante Ordnung der Verwellung: $n_{v,dom}^m$

Temperaturverteilung auf dem Reibring

Die Temperaturverteilung auf dem Reibring wird mittels der in Kapitel 5.2.2 beschriebenen Thermokamera aufgezeichnet. Hierbei werden aus dem Bild jeder j -ten Umdrehung der Bremsscheibe, jeweils in radialer Richtung (entspricht der horizontalen Richtung in Abbildung 28) über den Reibring gemittelt, zwei Temperatursignale in Abhängigkeit des Drehwinkels berechnet.

$$T_{\overline{FS}/\overline{KS}}(t) = T_{j,\overline{FS}/\overline{KS}}(\varphi(t) - 2\pi j) \quad (37)$$

Auch hier ergeben sich analog zum Vorgehen bei den Bremsmomentschwankungen daraus die fünf Kenngrößen für die Beschreibung der gemessenen Temperaturverteilung für den jeweiligen Reibring zu:

- Maximal auftretende Temperaturschwankung: $T_{\overline{FS}/\overline{KS},pp,max}^m$
- Zuwachsrate der Temperaturschwankung: $\alpha_{\overline{FS}/\overline{KS},T1}^m$
- Maximal auftretende Temperaturamplitude im Ordnungsbereich: $\hat{T}_{\overline{FS}/\overline{KS},MAX}^m$
- Zuwachsrate der Temperaturamplitude innerhalb der dominanten Ordnung: $\alpha_{\hat{T}_{\overline{FS}/\overline{KS},dom}}^m$
- Dominante Ordnung der Temperaturschwankung: $n_{T,\overline{FS}/\overline{KS},dom}^m$

Somit lässt sich abschließend festhalten, dass für jede Bremsung des Prüfprogrammes Kenngrößen definiert wurden, die innerhalb der Regressionsanalyse verwendet werden können. Die Art der Kombination der Einzelwerte aus den verschiedenen Bremsungen wird innerhalb der Beschreibung der Ergebnisse der Regressionsanalyse in Kapitel 7.2 aufgeführt.

Die maximal auftretenden Schwankungen werden zur Bewertung der Ausprägungsstärke des Auftretens von Heißrubbeln verwendet, die Zuwachsraten zur Bewertung von dessen Entwicklung während der Bremsung.

5.3.3 Ablaufstruktur der Regression

In Abbildung 32 ist die Ablaufstruktur der mehrstufigen Regressionsanalyse zur Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den Bremsbelageigenschaften und den Kenngrößen des Heißrubbels dargestellt.

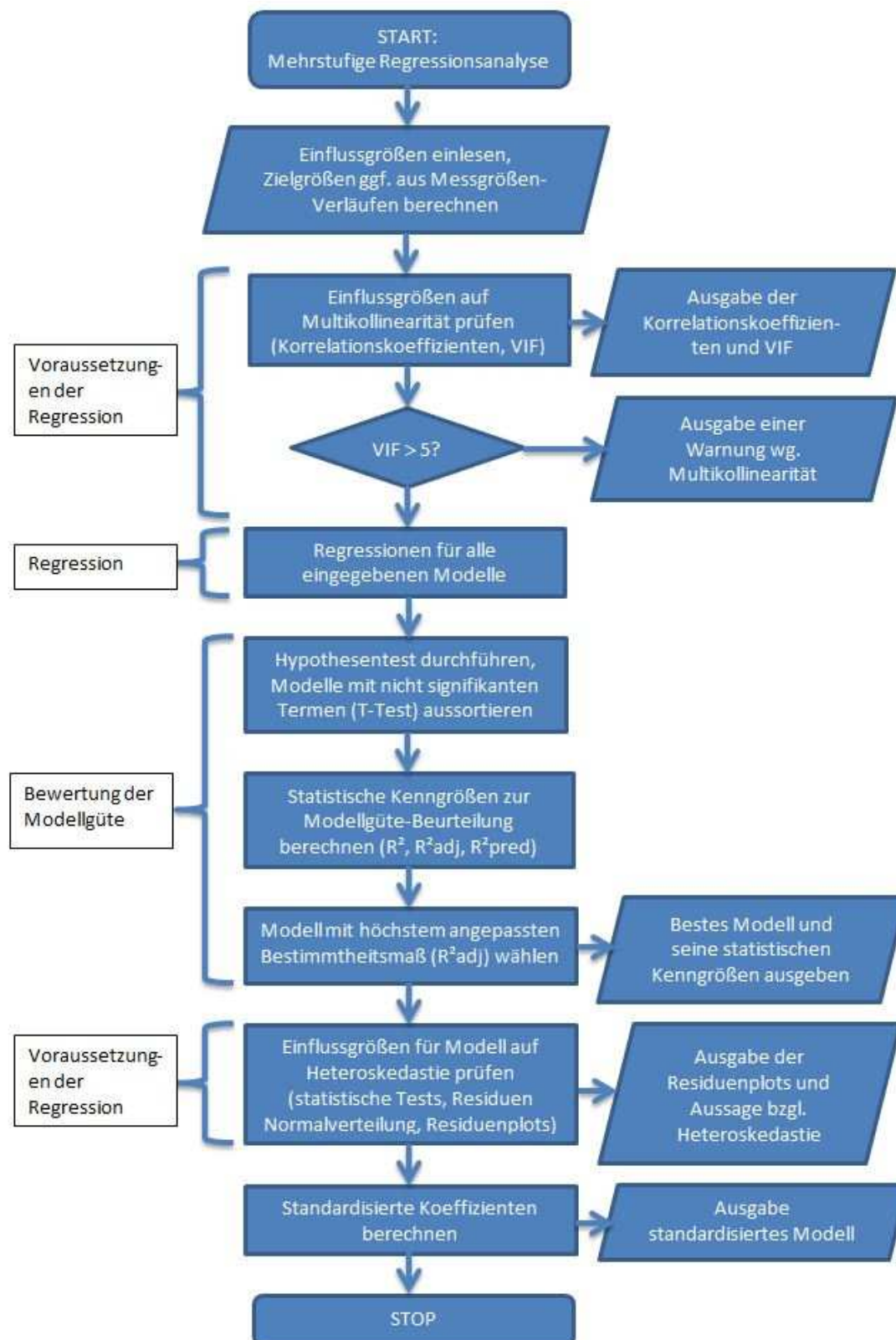


Abbildung 32: Ablaufstruktur der mehrstufigen Regression

Im Folgenden werden die einzelnen Abschnitte der Ablaufstruktur, unterteilt in die Kategorien:

- Voraussetzungen der Regression
- Regressionsmodelle und Modellauswahl
- Bewertung der Modellgüte

näher erläutert.

Voraussetzungen der Regression

Es gibt verschiedene Anforderungen an die Einflussgrößen einer multiplen Regression, wie sie in diesem Fall durchgeführt wird, damit die späteren Ergebnisse als gültig und interpretierbar gelten können. Diese Voraussetzungen betreffen zum einen die Störgrößen, zum anderen die Abhängigkeiten der unabhängigen Variablen untereinander, da diese nicht linear voneinander abhängig sein dürfen. Die Störgrößen des wahren Zusammenhangs zwischen unabhängigen und der abhängigen Variable werden durch die Residuen abgeschätzt, können also erst nach der eigentlichen Regression betrachtet werden. Die Überprüfung der Einflussgrößen auf Korrelation untereinander, auch Multikollinearität genannt, ist der erste Schritt der Ablaufstruktur.⁹³

Multikollinearität führt dazu, dass eine Unterscheidung zwischen den Einflüssen der betroffenen zwei (oder mehr) unabhängigen Variablen nicht mehr möglich ist. Somit vergrößert sie die geschätzte Varianz der Regressionskoeffizienten, wodurch nach der Regression durchgeführte Hypothesentests ihre Aussagekraft verlieren und im schlimmsten Fall unabhängigen Variablen Bedeutung zugemessen wird, obwohl sie keinen Einfluss auf die Zielgröße besitzen. Ferner bewirkt ein hoher Grad an Multikollinearität, dass die geschätzten Koeffizienten unter Umständen bereits auf kleine Änderungen der ihnen zugrunde gelegten Daten sowie auf einbezogene oder entfernte Variablen sehr sensitiv reagieren. Bei exakter Multikollinearität kann die eigentliche Koeffizientenschätzung mathematisch nicht durchgeführt werden.⁹³

Für die Überprüfung auf Multikollinearität sind keine exakten Tests vorhanden, jedoch liefern verschiedene Verfahren Hinweise. In einem ersten Schritt werden die Korrelationskoeffizienten r_{xy} zwischen den einzelnen Einflussgrößen nach Formel (38) berechnet⁹⁴:

⁹³ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010], Kapitel 5

⁹⁴ Bourier, G.: [Beschreibende Statistik, 2013], S.211

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (38)$$

Die betrachteten Einflussgrößen sind hier x und y , deren einzelnen Werte x_i und y_i , sowie deren arithmetischen Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} . Die Korrelationskoeffizienten messen die Stärke des linearen Zusammenhangs zwischen je zwei Einflussgrößen und sind auf den Wertebereich $-1 \leq r_{xy} \leq +1$ normiert. Dabei steht ein positiver Korrelationskoeffizient für gleichläufigen Zusammenhang, ein negativer für einen gegenläufigen Zusammenhang. Zum Verständnis sind in Abbildung 33 verschiedene Punktwolken mit zugehörigem r dargestellt.⁹⁵

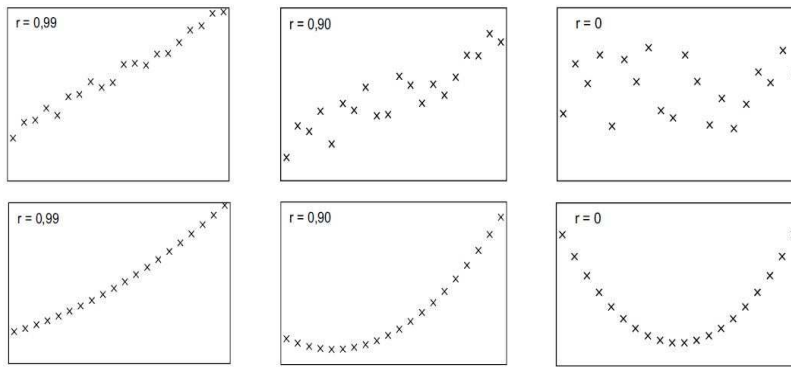


Abbildung 33: Korrelationskoeffizienten für verschiedene Punktwolken⁹⁶

Liegt mindestens einer der Korrelationskoeffizienten betragsmäßig nahe eins (ein genauer Grenzwert existiert in der Literatur nicht), ist eine hinreichende Bedingung für Multikollinearität erfüllt.⁹⁵

Ein betragsmäßig niedriger Koeffizient lässt dagegen nicht auf die Abwesenheit von Multikollinearität schließen, da es ebenso möglich ist, dass sich eine unabhängige Variable als Linearkombination zweier oder mehrerer anderer ergibt. Eine bessere Möglichkeit der Überprüfung bietet deshalb die Varianzinflationsanalyse, die für jede der unabhängigen Variablen eine eigene lineare Regression in Bezug auf die übrigen durchführt und das zugehörige Bestimmtheitsmaß R^2 berechnet. Auf die Aussagefähigkeit und Berechnung von R^2 wird im weiteren Verlauf des Kapitels genauer eingegangen. Grundsätzlich gilt jedoch $0 \leq R^2 \leq 1$, wobei ein Bestimmtheitsmaß von eins bedeutet, dass sich die betrachtete Variable perfekt als eine Linearkombination der restlichen beschreiben lässt. Je näher R^2 also bei eins liegt, desto ausgeprägter ist die Multikolline-

⁹⁵ Bourier, G.: [Beschreibende Statistik, 2013], S.211 f.

⁹⁶ Kleppmann, W.: [Versuchsplanung, 2013], S.188

arität. Als Ergebnis liefert die Varianzeinflussanalyse für jede Einflussgröße einen sogenannten Varianzinflationsfaktor (*VIF*), der entsprechend Formel (39) berechnet wird.⁹⁷

$$VIF = \frac{1}{1 - R^2} \quad (39)$$

Ein *VIF* nahe eins ist ideal und bedeutet, dass keine Multikollinearität vorliegt. Ab einem *VIF* von fünf liegt ein Problem mit Multikollinearität vor, ab zehn ist der betrachtete Effekt praktisch nicht mehr auswertbar. In diesem Fall ist eine Lösung der Korrelationsprobleme nur durch Veränderung des vorliegenden Datensatzes (Einbeziehen von mehr Beobachtungen oder Elimination der betroffenen unabhängigen Variable) möglich.^{98,99}

Heteroskedastie liegt vor, wenn die Residuen der Regression nicht zufällig verteilt sind, sondern abhängig von einer oder mehreren Einflussgrößen Muster oder Strukturen aufweisen. Die negative Folge ist, dass die Methode der kleinsten Fehlerquadrate die Koeffizienten zwar noch richtig bestimmt, die geschätzte Standardabweichung der Koeffizienten jedoch nicht mehr genau ist. Da auf der Standardabweichung jedoch die späteren Aussagen zur Signifikanz (Bedeutsamkeit) der einzelnen Terme beruhen, verlieren diese ihre Zuverlässigkeit.¹⁰⁰

Eine Überprüfung auf Heteroskedastie ist einerseits durch visuelle Inspektion sogenannter Residuenplots, andererseits auf Grundlage statistischer Tests möglich. In den Residuenplots sind die Residuen (die einzelnen Abweichungen der Messwerte von den Schätzwerten des angepassten Regressionsmodells)¹⁰¹ über den ihnen zugehörigen Werten der einzelnen Einflussgrößen oder denen der geschätzten Zielgröße aufgetragen. Als Beispiel ist in Abbildung 34 eine Messwerte-Verteilung zu sehen, die Heteroskedastie aufweist. Es ist ersichtlich, dass bei Anpassung eines funktionalen Modells an diesen Zusammenhang sowohl mit steigendem Wert von x als auch von y die Varianz der Residuen ebenfalls steigt. Ein solches Verhalten ist in einem Residuenplot an systematischer Abhängigkeit von der betrachteten Variable, in diesem Fall einer trichterförmigen Verteilung zu erkennen (siehe Abbildung 35 links). Gewünscht ist dagegen eine zufällige Verteilung, wie in Abbildung 35 auf der rechten Seite dargestellt.¹⁰⁰

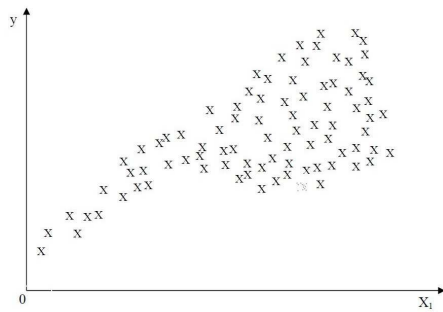
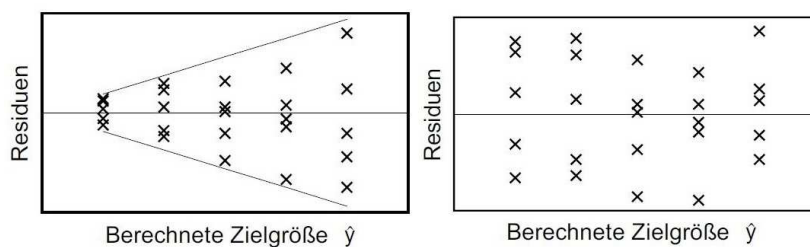
⁹⁷ Siebertz, K.; van Bebber, D.; Hochkirchen, T.: [Statistische Versuchsplanung, 2010], S.61

⁹⁸ Siebertz, K.; van Bebber, D.; Hochkirchen, T.: [Statistische Versuchsplanung, 2010], S.61

⁹⁹ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010], Kapitel 5, S.13

¹⁰⁰ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010], Kapitel 5, S.2

¹⁰¹ Kleppmann, W.: [Versuchsplanung, 2013], S. 189


Abbildung 34: Werteverteilung, die Heteroskedastie aufweist¹⁰⁰

Abbildung 35: Residuenplots mit (links) und ohne erkennbaren Trend (rechts)¹⁰²

Da in der Praxis Muster aber selten so eindeutig zu erkennen sind, werden statistische Tests mit klar interpretierbaren Ergebnissen durchgeführt. Zu den meistverwendeten gehören der Breusch-Pagan-Test, der White-Test in seiner ursprünglichen Form und der modifizierte White-Test nach Wooldridge. Beim Breusch-Pagan-Test wird eine Regression mit linearem Regressionsmodell ohne Wechselwirkungen zwischen den unabhängigen Variablen und dem Quadrat der Residuen durchgeführt. Ergibt sich hier ein signifikanter Zusammenhang, so liegt Homoskedastie vor. Der White-Test untersucht dieselbe Abhängigkeit, nimmt jedoch die Wechselwirkungen zwischen den Einflussgrößen und ihre Quadrate in das Modell mit auf. Damit führt der ursprüngliche White-Test bei höherer Zahl der Einflussgrößen schnell zu einer sehr großen Anzahl an Termen im Regressionsmodell. Eine Modifikation nach Wooldridge untersucht deshalb den Zusammenhang zwischen den quadrierten Residuen und den von der eigentlichen Regression geschätzten Werten für die Zielgröße.¹⁰³

Bei vorliegender Heteroskedastie gibt es mehrere Möglichkeiten weiter zu verfahren: Die klassische Vorgehensweise ist, bei bekannter Abhängigkeit der Residuen von einer unabhängigen Variable die Gewichtung der einzelnen Werte bei der Regression entsprechend anzupassen. Im Falle der in Abbildung 34 gezeigten Verteilung, wäre es

¹⁰² Kleppmann, W.: [Versuchsplanung, 2013], S. 191

¹⁰³ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010], Kapitel 5, S.2 ff.

nötig die Werte mit geringer Varianz der Residuen, also bei niedrigem x höher zu gewichten als die mit hoher Residuen-Varianz. Des Weiteren ist es möglich, die bei der ursprünglichen Regression geschätzte Standardabweichung der Koeffizienten in Abhängigkeit des Ergebnisses des White-Tests anzupassen.¹⁰³

Regressionsmodelle und Modellauswahl

Ziel der Regressionsanalyse ist, eine Transferfunktion $G(\mathbf{X}, \mathbf{C})$ zwischen den Eigenschaften des Bremsbelags $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3, X_4)^T$ als Eingangsgrößen mit einem noch zu definierenden Koeffizientenvektor \mathbf{C} und den Zielgrößen von Heißrubbeln Y zu generieren, die eine Vorhersage $\check{Y}(\mathbf{X})$ mit möglichst geringen Abweichungen zu den am Schwungmassenprüfstand gemessenen Zielgrößen $\{Y_k(\mathbf{X}_k)\}$ bestimmt und die für alle Bremsbelagprototypen k Gültigkeit besitzt.

Zur Auswahl des am besten geeigneten Regressionsmodells wird der Ansatz verfolgt, alle möglichen Kombinationen einer Regressionsgleichung bis hin zu einem quadratischen Modell mit Wechselwirkungen erster Ordnung hinsichtlich ihrer Modellgüte zu vergleichen. Dabei wird im einfachsten Fall ein lineares Regressionsmodell ohne Wechselwirkungen entsprechend Formel (40) betrachtet.

$$\check{Y}(\mathbf{X}) = G(\mathbf{X}, \mathbf{C}) = c_0 + c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 + c_3 \cdot X_3 + c_4 \cdot X_4 \quad (40)$$

Wird das Modell um die Terme der Wechselwirkungen erweitert (Formel (41)), ergeben sich insgesamt 11 anzupassende Koeffizienten.

$$\check{Y}(\mathbf{X}) = G(\mathbf{X}, \mathbf{C}) = c_0 + \sum_{i=1}^4 c_i \cdot X_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 c_{ij} \cdot X_i \cdot X_j \quad (41)$$

Der Übergang zu einem quadratischen Modell (Formel (42)) erhöht die Anzahl der Koeffizienten auf 15.

$$\check{Y}(\mathbf{X}) = G(\mathbf{X}, \mathbf{C}) = c_0 + \sum_{i=1}^4 c_i \cdot X_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i}^4 c_{ij} \cdot X_i \cdot X_j \quad (42)$$

Unter Verwendung eines Fitting-Algorithmus wird das Residuum als Summe der kleinsten Fehlerquadrate der Abweichungen zwischen der Modellvorhersage $\check{Y}(\mathbf{X})$ und dem Messwert $\{Y_k(\mathbf{X}_k)\}$ bestimmt und minimiert. Das berechnete Residuum unterscheidet sich hierbei für die verschiedenen untersuchten Regressionsmodelle.

Die Art des Regressionsmodells ist mathematisch nur begrenzt durch die Anzahl der durchgeführten Prüfungen am Schwingmassenprüfstand. Begründet ist dies darin, dass zur Lösung des jeweiligen Gleichungssystems mehr Prüfungen und damit gemessene Zielgrößen $\{Y_k(\mathbf{X}_k)\}$ notwendig sind, als Koeffizienten \mathbf{C} innerhalb des Modells enthalten sind.

Allgemein ist jedoch das Ziel, mit möglichst wenigen Modelltermen eine gute Vorhersage der Zielgröße zu erreichen¹⁰⁴. Hierzu gibt es verschiedene Vorgehensweisen bei der sogenannten Selektion der Terme. Die klassischen Verfahren sind die Vorwärts- und die Rückwärts-Selektion. Erstere startet mit dem kleinstmöglichen Modell, also einem, das nur die Konstante c_0 enthält und erweitert dieses iterativ. Mit jedem Schritt wird das Modell um einen Term erweitert, indem jeder der noch nicht genutzten Terme einzeln hinzugefügt wird und anschließend die Modellgüte auf Verbesserung hin überprüft wird. Der Term, der die Güte am meisten verbessert, wird anschließend in das Modell aufgenommen. Die Modellbildung endet, wenn eine vorgegebene Modellqualität erreicht ist oder sich keine weitere Verbesserung mehr ergibt. Die Rückwärts-Selektion dagegen geht in umgekehrter Reihenfolge vor: Sie startet mit einem Regressionsmodell maximaler Komplexität und entfernt schrittweise die Terme, die die Modellgüte am wenigsten verschlechtern.¹⁰⁵

Die zuvor genannten Verfahren erzeugen zwar meist ein Modell guter Qualität, jedoch nicht unbedingt das mit der besten. Solange es die Rechenleistung zulässt, führt deshalb der Weg zum optimalen Regressionsmodell über die Regression aller möglichen Kombinationen der Terme und anschließender Auswahl des Modells mit der höchsten Güte.¹⁰⁵

Nachdem für alle möglichen Kombinationen der Regressionsgleichung die Koeffizienten bestimmt wurden, wird das Modell ausgewählt, das das höchste angepasste Bestimmtheitsmaß aufweist. Gleichzeitig werden alle Terme innerhalb der Gleichungen auf ihre statistische Signifikanz untersucht und so detektiert, für welche der Eigenschaften ein Einfluss nachgewiesen werden kann. Diese Überprüfung wird unter anderem im folgenden Kapitel genau beschrieben.

Zur Interpretierbarkeit der bestimmten Koeffizienten der Regressionsgleichung ist es vorteilhaft, die Koeffizienten zu normieren. Bei der direkten Verwendung der gemessenen Werte als Input- und Output-Werte der Regressionsanalyse besteht der Nachteil, dass es nicht möglich ist, aus der Größe der berechneten Koeffizienten Rückschlüsse auf den Einfluss des jeweiligen Terms auf die betrachtete Kenngröße des Heißrubbelns zu ziehen. Es gilt zu beachten, dass bei Regressionsmodellen mit Interaktionstermen

¹⁰⁴ Dette, H.: [Methodenlehre, 2009], Folie 191

¹⁰⁵ Siebertz, K.; van Bebber, D.; Hochkirchen, T.: [Statistische Versuchsplanung, 2010], S.220 f.

(z.B. Wechselwirkungen oder Potenzen) eine Standardisierung nur durch eine z-Transformation mit vorheriger Bildung der Interaktionsterme möglich ist.¹⁰⁶

Daher werden sämtliche Variablen vor Bildung des Regressionsmodells einer z-Transformation unterzogen, sodass ihr Mittelwert gleich Null und ihre Varianz gleich Eins gesetzt wird. So bedeutet beispielsweise im standardisierten Regressionsmodell in Formel (43) ein β_1 von 2, dass sich bei Erhöhung von x_1 um eine Standardabweichung die Prognose \check{Y} um zwei Standardabweichungen erhöht.^{107,108}

$$Z\{\check{Y}(x_1)\} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 \quad (43)$$

Bewertung der Modellgüte

Die Bewertung der Modellgüte erfolgt mit Hilfe der deskriptiven und der induktiven Statistik. Erstere untersucht dabei, ob die vorliegenden Daten in geeigneter Weise beschrieben werden¹⁰⁹. Ob das resultierende Modell das Ergebnis eines Zufallsprozesses oder tatsächlich aussagekräftig ist, beschreibt die induktive Statistik, die die Messwerte als zufällig ausgewählte Repräsentanten der Grundgesamtheit interpretiert.¹¹⁰

Die wichtigsten Werte der deskriptiven Statistik umfassen dabei das Bestimmtheitsmaß R^2 , das angepasste Bestimmtheitsmaß R^2_{adj} und die Vorhersagegüte R^2_{pred} , die im Folgenden näher erläutert werden.

Das Bestimmtheitsmaß ergibt sich nach Formel (44) und kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Je näher es dabei an 1 liegt, desto besser werden die Messpunkte abgebildet. Jedoch gibt es bei der Interpretation des Bestimmtheitsmaßes auch Vorbehalte. Zum einen sagt ein hohes R^2 noch nichts über die Richtigkeit bzw. Erklärungskraft einzelner Koeffizienten im Modell aus, zum anderen steigt es automatisch mit der Zahl der Einflussgrößen, unabhängig davon, ob diese zur Beschreibung der Zielgröße notwendig sind. Der Freiheitsgrad des Regressionsmodells wird nicht berücksichtigt. So haben in Abbildung 36 beide Funktionen ein ähnlich hohes und damit gutes Bestimmtheitsmaß, wobei offensichtlich ist, dass die Beschreibungsfähigkeit des Modells mit dem blau gezeichneten Verlauf nicht besonders hoch ist.¹¹¹

¹⁰⁶ Brunner, A.: [Einführung in Stata, 2009] Folie 23

¹⁰⁷ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 2, S.7

¹⁰⁸ Stein, P.; Pavetic, M.; Noack, M.: [Multivariate Analyseverfahren, 2010] S.18

¹⁰⁹ Lassenberger, S; Beidl, C.: [Optimierung, 2012] S.75

¹¹⁰ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 2, S.16 ff.

¹¹¹ Lassenberger, S; Beidl, C.: [Optimierung, 2012], S.75

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\text{erklärte Streuung}}{\text{Gesamtstreuung}} \quad (44)$$

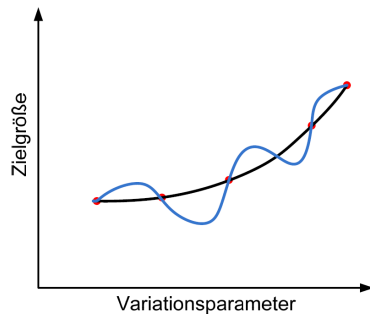


Abbildung 36: Polynommodell zu hoher Ordnung, das „Overfitting“ aufweist (blau)¹¹²

Das angepasste Bestimmtheitsmaß macht ebenfalls eine Aussage darüber, wie gut das betrachtete Regressionsmodell die Messpunkte abbildet. Allerdings bezieht es die Zahl der Freiheitsgrade, also die Differenz zwischen der Anzahl der Beobachtungen und der Zahl der geschätzten Koeffizienten in die Betrachtung mit ein.¹¹³ Die Berechnung ergibt sich nach Formel (45) mit k Beobachtungen und c Koeffizienten (konstanter Term c_0 zählt nicht mit) im Modell.¹¹⁴

$$R^2_{\text{adj}} = 1 - \frac{(1 - R^2)(k - 1)}{(k - c - 1)} \quad (45)$$

Es gilt für $k > 1$ ist $R^2_{\text{adj}} < R^2$ und je größer n , desto geringer wird der Unterschied zwischen R^2 und dem angepassten Bestimmtheitsmaß¹¹⁵. Bezogen auf die blaue Kurve in Abbildung 36, die sogenanntes „Overfitting“ aufweist, gibt R^2_{adj} einen Hinweis, indem es deutlich kleiner bzw. schlechter ist als das zugehörige R^2 . Aus diesem Grund wird es bei der Modellwahl dem normalen Bestimmtheitsmaß vorgezogen.^{113,116}

Da am Prüfstand von den 105 Bremsbelagprototypen 48 vermessen wurden, ist das komplexeste Regressionsmodell, das geprüft wird, ein quadratisches Modell mit Wechselwirkungen erster Ordnung mit 15 Koeffizienten, bei dem das Verhältnis zwischen

¹¹² Lassenberger, S; Beidl, C.: [Optimierung, 2012], S.71

¹¹³ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010], Kapitel 2, S.18

¹¹⁴ Christ, C.: [Applikation, 2006] S.81

¹¹⁵ Hackl, P.: [Einführung Ökonomie, 2005] S.76

¹¹⁶ Lassenberger, S; Beidl, C.: [Optimierung, 2012] S.75 f.

Koeffizienten und Messungen demnach bei 3,2 liegt und somit ein „Overfitting“ vermieden werden sollte.

Das Maß zur Beurteilung der Vorhersagewahrscheinlichkeit (R^2_{pred}) drückt die Vorhersagekraft der Modellgleichung aus, also mit welcher Sicherheit angenommen werden kann, dass jeder beliebige Punkt auf der Modellfläche auch wirklich wahr ist¹¹⁵. Die Berechnung basiert auf dem Verfahren der Leave-One-Out-Kreuzvalidierung. Dabei wird nacheinander immer einer der Messpunkte bei der Regressionsmodell-Bildung außer Acht gelassen und im Anschluss geprüft, wie gut der nicht betrachtete Wert von dem berechneten Modell angenähert wurde, bzw. das Residuum an dieser Stelle ermittelt. Bei n Messpunkten müssen also auch n Regressionen durchgeführt werden, um R^2_{pred} zu ermitteln. Im *PRESS*-Wert (engl.: Predictive REsidual Sum of Squares) der Berechnungsvorschrift ist y_i der jeweilige Messwert und \tilde{y}_i der vom Modell geschätzte Wert, wenn alle Beobachtungen außer der i -ten in das Regressionsmodell einfließen.¹¹⁷

$$R^2_{\text{pred}} = 1 - \frac{\text{PRESS}}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (46)$$

Die wichtigsten Prüfungen der induktiven Statistik umfassen dabei den F-Test, den T-Test sowie die Überprüfung der Residuen. Daher werden diese im Folgenden näher beschrieben.

Im Sinne der induktiven Statistik stellen die Messwerte, die in die Regressionsanalyse einfließen, Stichproben dar, was wiederum bedeutet, dass auch die geschätzten Koeffizienten mitsamt ihren statistischen Kennwerten nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit der Realität entsprechen. Mit dem F-Test wird die Höhe dieser Wahrscheinlichkeit für das Bestimmtheitsmaß R^2 geprüft. Die Probe wird mit Hilfe eines sogenannten Hypothesentests durchgeführt. Die Nullhypothese des F-Tests besagt, dass das gesamte Regressionsmodell zur Beschreibung unbrauchbar ist und kein Modellterm einen Effekt bezüglich der Zielgröße besitzt.¹¹⁸

Der F-Test beruht auf einer Varianzanalyse. Wie für die Berechnung von R^2 wird die Streuung (Summe der quadrierten Abweichungen) aufgeteilt in vom Modell erklärte und nichterklärte. Darauf basierend werden jeweils die mittleren Abweichungen berechnet, indem durch die Zahl der Freiheitsgrade des Modells dividiert wird. Der F-Wert ergibt sich damit nach Formel (47) mit Beobachtungszahl k und c angepassten Koeffizienten im Modell.¹¹⁹

¹¹⁷ Christ, C.: [Applikation, 2006] (S.82)

¹¹⁸ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 2, S.18f.

¹¹⁹ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 2, S.18 ff.

$$F = \frac{\frac{1}{c} \sum_{i=1}^k (\bar{y} - \bar{y}_i)^2}{\frac{1}{k-c-1} \sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y}_i)^2} = \frac{\text{Mittel der Quadrate der Regression}}{\text{Mittel der Quadrate der Residuen}} \quad (47)$$

Bei großem F-Wert (Richtwert $F > 10$) wird die obige Nullhypothese abgelehnt und dem Modell Beschreibungsfähigkeit (mindestens ein Term hat Einfluss auf Zielgröße) attestiert. Für die eigentliche Beurteilung wird jedoch nicht der F-Wert betrachtet, sondern das Signifikanzniveau. Es gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Nullhypothese zu Unrecht abgelehnt wird und dem Regressionsmodell fälschlicherweise Bedeutung zugemessen wird. Üblicherweise wird ein Signifikanzniveau von 5% oder darunter als signifikant bezeichnet.¹¹⁹

Wird die Nullhypothese des zuvor betrachteten F-Tests verworfen, bleibt jedoch noch unklar, welcher Term bzw. welche Terme des Regressionsmodells signifikant sind. An dieser Stelle knüpft der T-Test an. Auch ihm liegt wieder eine Nullhypothese zugrunde. Die Hypothese besagt, dass der einzelne Koeffizient keinen Einfluss besitzt und damit gleich Null ist. Zur Berechnung des T-Wertes wird je der geschätzte Koeffizient durch seine Standardabweichung dividiert und der Betrag des Quotienten gebildet. Bei hohem T-Wert (Faustregel $T_n > 2$) wird die Nullhypothese abgelehnt. In diesem Fall hat der Koeffizient mit hoher Wahrscheinlichkeit einen Einfluss. Auch beim T-Test wird wieder die Wahrscheinlichkeit betrachtet, mit der die Nullhypothese zu Unrecht abgelehnt wird und für einen signifikanten Effekt des Koeffizienten ein Signifikanzniveau von maximal 5% gefordert.^{120,121}

Eine Betrachtung der F-Werte ist also für die vorliegende Problemstellung der Modellauswahl nicht zielführend, da so auch Modelle weiter betrachtet werden, die nicht-signifikante Terme enthalten. Der T-Test dagegen weist eine Eignung für diese Aufgabe vor.

Die vorhergehenden Hypothesentests (F- und T-Test) basieren auf der Annahme, dass die Störgrößen des wahren Zusammenhangs zwischen unabhängigen und abhängiger Variable normalverteilt sind. Diese Störgrößen sind unbekannt, können aber mittels der Residuen abgeschätzt werden.¹²² Somit ist eine Prüfung der Residuen auf Normalverteilung, genauer gesagt auf Konsistenz mit der Normalverteilung zu prüfen.¹²³

¹²⁰ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 5, S.1

¹²¹ Dette: [Methodenlehre, 2009] Folie 172 ff.

¹²² Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 5, S.1

¹²³ Kleppmann, W.: [Versuchsplanung, 2013] S.192

Grobe Verletzungen der Annahme sind bereits durch visuelle Inspektion der Residuen-plots identifizierbar, exakter sind allerdings statistische Tests. Zu den wichtigsten zählt der Jarque-Bera-Test.¹²⁴

Er verwendet die Schiefe und Wölbung einer Verteilung zur Überprüfung. Anhand eines Residuen-Histogramms, wie in Abbildung 37 beispielhaft zu sehen, lassen sich diese Größen erklären: Die Schiefe (skewness) gibt an, wie symmetrisch die Verteilung um Null herum ist. Bei perfekt symmetrischer Verteilung ist der Wert für die Schiefe gleich Null. Die Wölbung (kurtosis) gibt an wie spitz oder flach die Verteilung ist. Die Wölbung einer Normalverteilung beträgt drei. Der Jarque-Bera-Test ist ebenfalls ein Hypothesentest, dessen Nullhypothese das Vorliegen einer Normalverteilung ist. Der zugehörige Jarque-Bera-Wert ergibt sich nach Formel (48) mit Anzahl der Residuen n , Schiefe S und Wölbung K . $JB < 6$ deutet signifikant auf eine Normalverteilung der Residuen hin. Für die genaue Berechnung von Schiefe und Wölbung sei dabei auf die Quelle dieses Abschnittes verwiesen.¹²⁵

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right) \quad (48)$$

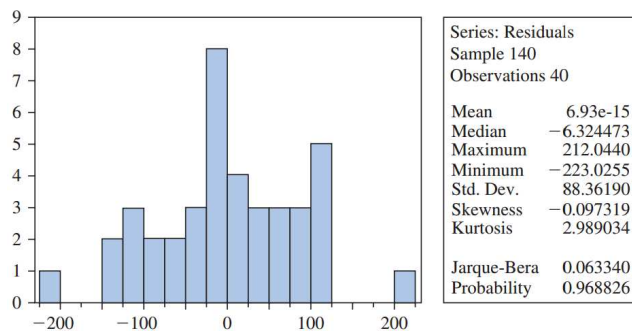


Abbildung 37: Residuen-Histogramm mit zugehörigen Werten für Schiefe (skewness) und Wölbung (kurtosis)¹²⁵

5.4 Fazit der Einflussanalyse

Die innerhalb dieses Kapitels beschriebene Versuchsmethodik befähigt eine Einflussanalyse der im Produktionsprozess nicht isoliert variierbaren Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln mittels des Untersuchungswerkzeuges der Regressionsanalyse durch-

¹²⁴ Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010] Kapitel 5, S.10

¹²⁵ Hill, R. C.; Griffiths, W. E.; Lim, G. C.: [Econometrics, 2011] S.148

zuführen. Ein Heißrubbel-Prüfprogramm am Schwungmassenprüfstand wurde definiert und der notwendige Versuchsaufbau sowie die zu erfassenden Messgrößen beschrieben.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass aus den Messgrößen am Schwungmassenprüfstand Bremsmoment, Bremsdruck, Bremsscheibendicke, Verwellung und Temperaturverteilung in Umfangsrichtung auf beiden Reibringen jeweils fünf, diese Zeitsignale beschreibende, Kenngrößen definiert und abgeleitet wurden. Diese Kenngrößen können, kombiniert über alle Bremsungen, als Zielgrößen für die Regressionsanalyse verwendet werden.

Innerhalb der Regressionsanalyse umfassen die notwendigen Schritte dabei die Prüfung der Voraussetzungen der Regression innerhalb der Eingangs- und Zielgrößen, die Modellauswahl und die Beurteilung der Modellgüte. Es lässt sich festhalten, dass somit nun alle Bestandteile der Einflussanalyse beschrieben wurden. Nachfolgendes Kapitel 6 beinhaltet die phänomenologisch durchgeführte Ordnungsanalyse von Heißrubbeln und Kapitel 7 die Ergebnisse der Regressionsanalyse.

6 Ordnungsanalyse von Heißrubbeln

Ziel dieses Kapitels ist, die innerhalb der durchgeführten Untersuchung am Schwingmassenprüfstand auftretenden Ausprägungen von Heißrubbeln zu identifizieren, diese näher zu betrachten und die bekannte Wirkungskette von Heißrubbeln dahingehend zu prüfen, ob sie die detektierten Phänomene und Ausprägungen abbildet.

Bei der Analyse der Messdaten zeigen sich in den Messgrößen des Bremsmoments und der Verwellung insbesondere zwei Bereiche mit erhöhten Werten. In Abbildung 36 sind jeweils für alle Bremsungen $m = 1, \dots, 30$ und alle untersuchten Bremsbeläge die maximalen Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{\max,i}$ bzw. die Verwelligungsamplituden $\hat{v}_{\max,i}$ in den Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ aufgetragen. Um mehrere Punkte mit der gleichen Ordnung besser unterscheiden zu können, wurde in dieser sowie in den folgenden Diagrammen dieser Art zu der Ordnung noch eine gleichverteilte Zufallszahl $x \in [0, 0.25]$ addiert.

Sowohl für BTV als auch für die Verwellung sind die Werte in der 1.-3. Ordnung sowie in der 8.-15. Ordnung höher als in den Ordnungen zwischen diesen Bereichen bzw. darüber.

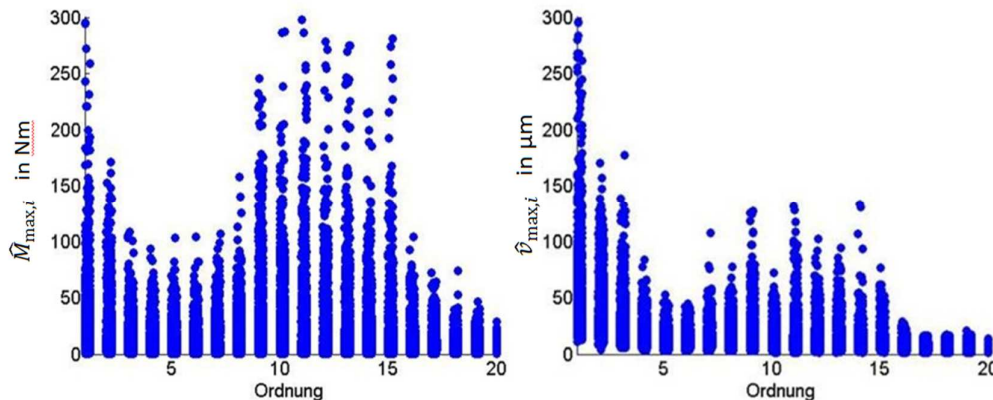


Abbildung 38: Maximale Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{\max,i}$ (links) und Verwelligungsamplituden $\hat{v}_{\max,i}$ (rechts) in den Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ für alle Bremsbeläge und Bremsungen¹²⁶

Basierend auf diesen Beobachtungen werden zum einen die 1.-3. Ordnung als ein Band aufgefasst und zum anderen die 8.-15. Ordnung als ein Band aufgefasst. Im Besonderen das hohe Ordnungsband wird im folgenden Unterkapitel nochmals genauer betrachtet.

Im niedrigen Ordnungsband werden die Verformungen unter anderem von den Spannungen beeinflusst, die aufgrund der Temperaturgradienten innerhalb der Bremsscheibe

¹²⁶ Könning M., Nunes R., Fischer S., Winner H.: [Simulation of a brake system during hot judder]

entstehen. Neben den axialen Gradienten ist auch die radiale Temperaturverteilung hierfür maßgeblich. Simulationen dieser thermischen Spannung im Rahmen einer Forschungskooperation haben gezeigt, dass sich hierbei insbesondere eine dritte Ordnung einstellt.¹²⁷

6.1 Ordnungsbänder

6.1.1 Hohes Ordnungsband – Ordnungsgetreues Verhalten

Die Bremsmomentschwankungen sind nicht nur in den niedrigen Ordnungen auffällig, sondern auch im Bereich der 8.-15. Ordnungen. Um diesen Bereich näher zu untersuchen, sind in Abbildung 39 die am Prüfstand gemessenen maximalen Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{\max,i}$ in den Ordnungen $i = 5, \dots, 16$ für alle NAO-Bremsbeläge und Bremsungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten dargestellt (mit $\hat{M}_{\max,i} > 50 \text{ Nm}$). Insbesondere für die hier exemplarisch dargestellten NAO-Beläge zeigt sich, dass das Auftreten der Bremsmomentschwankungen nicht offensichtlich von der Geschwindigkeit abhängt.

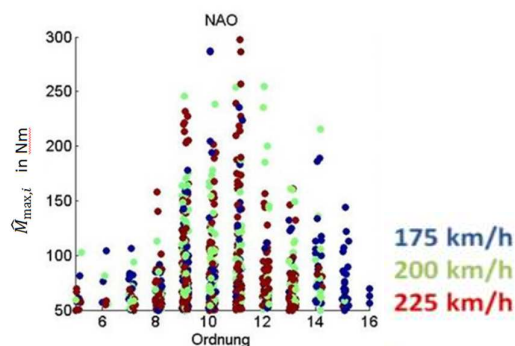


Abbildung 39: Maximale Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{\max,i}$ in den Ordnungen $i = 5, \dots, 16$ für alle NAO-Bremsbeläge und Bremsungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten

Im Folgenden betrachten wir einen dieser NAO-Bremsbeläge beispielhaft für das beschriebene geschwindigkeitsunabhängige Verhalten. Das Ordnungsspektrum der auftretenden Bremsmomentschwankungen bzw. Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{j,i}^m$ für die im Prüfprogramm (Tabelle 4) durchlaufenen momentgeführten Schleppbremsungen mit $m = 1, \dots, 15$ wird in Abbildung 40 dargestellt. Die gezeigten momentgeführten Schleppbremsungen unterscheiden sich hierbei sowohl hinsichtlich der Rotationsgeschwindigkeit als auch des angefahrenen Moments. Damit stellt jeder Abschnitt des

¹²⁷ Könning M., Nunes R., Fischer S., Winner H.: [Simulation of a brake system during hot judder]

Diagramms eine unterschiedliche mittlere umgesetzte Reibleistung pro Umdrehung dar. Wie dargestellt, sind trotz dieser unterschiedlichen thermischen Anregung des Systems die Schwankungen im Bremsmoment immer innerhalb der 9. Ordnung dominant.

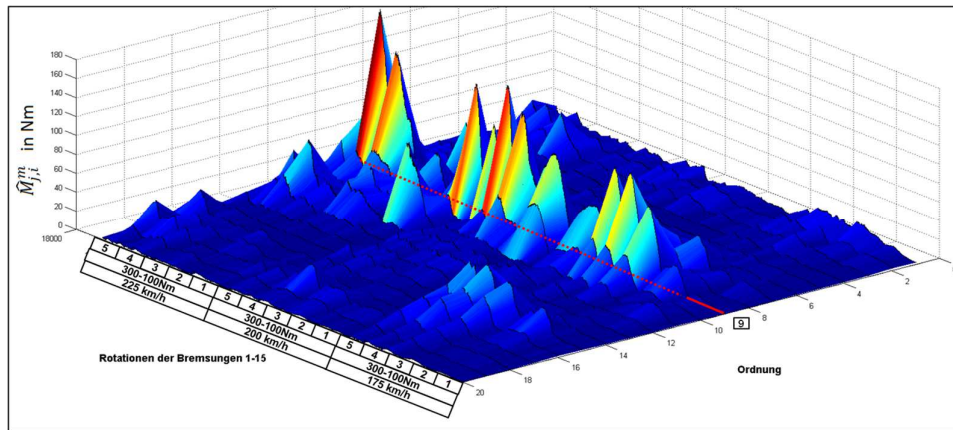


Abbildung 40: Bremsmomentamplitudenspektrum $\hat{M}_{j,i}^m$ für die momentgeführten Schleppbremsungen mit $m = 1, \dots, 15$ am Beispiel eines NAO-Bremsbelages

Abbildung 41 zeigt das Bild der Temperaturverteilung auf dem Reibring der Faustseite für Umdrehung $j = 650$ (jeweils rechts) sowie die Ordnungsanalyse des entsprechenden Temperatursignals über den Umfang $\hat{T}_{FS,650,i}^m$ in den Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ (jeweils rechts). Dargestellt sind die drei Bremsungen $m = 3 / 8 / 13$ mit einem Bremsmoment von 200 Nm und den Geschwindigkeiten 175 km/h, 200 km/h und 225 km/h (jeweils Bremsung Nummer 3 aus Abbildung 40). Klar ersichtlich ist auch hier das Ausbilden einer 9. Ordnung für alle drei Bremsungen. Somit entstehen für diesen Bremsbelag immer neun Hotspots unabhängig von der umgesetzten Reibleistung. Multipliziert man die jeweilige Rotationsfrequenz mit der auftretenden Ordnung, erhält man die dargestellten Frequenzen der Anregung im Bereich von 220-286 Hz. Dies verdeutlicht, dass hier ein geschwindigkeitsunabhängiges Phänomen auftritt.

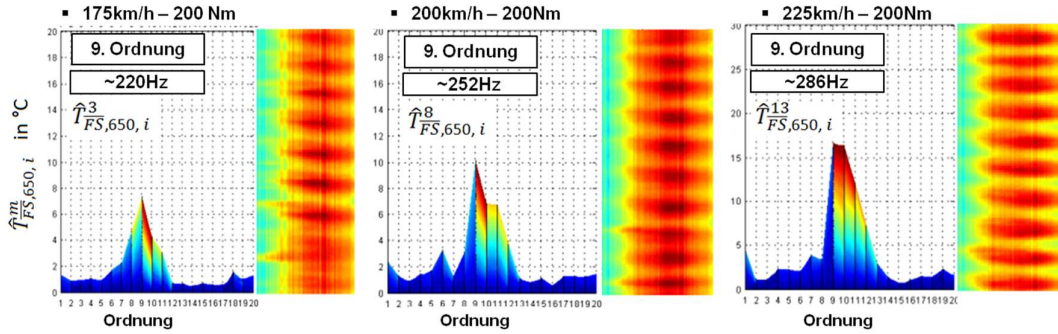


Abbildung 41: Temperaturverteilung auf dem Reibring (Faustseite) und deren Ordnungsanalyse in Umfangsrichtung $\hat{T}_{FS,650,i}^m$ für drei Schleppbremsungen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und gleichem mittlerem Bremsmoment am Beispiel eines NAO-Bremsbelags

Hinsichtlich der Prüfung der bekannten Wirkungskette sind nicht nur die Temperaturverteilungen auf den Reibringen von Interesse, sondern auch die Zwischengrößen der Wirkungskette wie die Verwellung, die Bremsscheibendickenschwankungen, die Bremsmomentschwankungen und die Bremsdruckschwankungen. Für Bremsung $m = 3$ mit 175 km/h und 200 Nm zeigt Abbildung 42 das Ordnungsspektrum der Signale im Bereich der Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ für die Verwelligungsamplitude $\hat{v}_{j,i}^3$, für die Temperaturamplitude $\hat{T}_{FS/KS,j,i}^3$, für die Amplitude der Bremsscheibendickenschwankungen $\widehat{DTV}_{j,i}^3$, für die Bremsmomentamplitude $\hat{M}_{j,i}^3$ und die Bremsdruckamplitude $\hat{p}_{j,i}^3$. Hierbei werden jeweils die Amplituden aus 100 Umdrehungen in Form des arithmetischen Mittelwertes als einer der farbigen Balken zusammengefasst (Anm.: im vergrößerten Ausschnitt aus 20 Umdrehungen).

Es wird deutlich, dass der hier untersuchte NAO-Bremsbelag BPV nur innerhalb der ersten Ordnung mit einer Amplitude von 0,5 bar zeigt. Die Verwellung, die Temperatur auf der Faust- und Kolbenseite sowie die entstehenden BTVs zeigen alle eine deutliche 9. Ordnung im Verlauf der Bremsung. Die Bremsscheibendickenschwankungen entstehen während der Bremsung im Bereich der 18./19. Ordnung, also im Bereich der doppelten Anzahl an Hotspots. Das Erklärungsmodell in Kapitel 4 sagt aus, dass durch die höhere umgesetzte Reibleistung auf jedem Berg der Verwellung ein Bereich lokal erhöhter Temperatur und somit durch die Wärmeausdehnung auch eine Bremsscheibendickenschwankung entsteht. Eine doppelte Anzahl an Dickenschwankungen war somit zu erwarten.

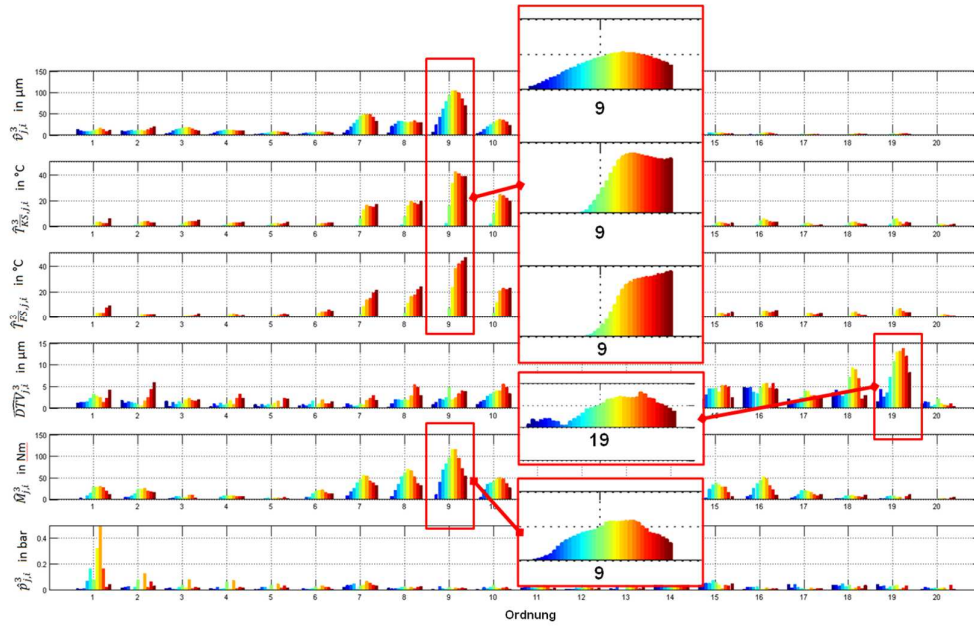


Abbildung 42: Ordnungsanalyse der Bremsung $m = 3$ für die Signale $\hat{v}_{j,i}^3$, $\hat{T}_{FS/KS,j,i}^3$, $\widehat{DTV}_{j,i}^3$, $\hat{M}_{j,i}^3$, $\hat{p}_{j,i}^3$ eines beispielhaften NAO-Bremsbelages für ordnungstreu Verhalten (Anm.: Balken entspricht Mittelwert aus jeweils 100 Umdrehungen; im vergrößerten Ausschnitt aus 20)

Zur genaueren Untersuchung der Abfolge innerhalb der Wirkungskette sind die Signale innerhalb der dominanten Ordnungen nochmals vergrößert dargestellt. Die Verwelling der Bremsscheibe beginnt deutlich vor dem Ausbilden einer Temperaturamplitude und bestätigt somit die bekannte Wirkungskette für diesen Bremsbelag. Die Geschwindigkeitsunabhängigkeit wird von nun an als ordnungstreu Verhalten bezeichnet.

6.1.2 Hohes Ordnungsband – Frequenzgetreues Verhalten

Um den Bereich der hohen Ordnungen zu untersuchen, sind in Abbildung 43 die am Prüfstand gemessenen maximalen Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{\max,i}$ und die Amplitude der Bremsscheibendickenschwankung $\widehat{DTV}_{\max,i}$ in den Ordnungen $i = 5, \dots, 16$ für alle ECE-Bremsbeläge und den Bremsungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten dargestellt (mit $\hat{M}_{\max,i} > 50 \text{ Nm}$ und $\widehat{DTV}_{\max,i} > 25 \text{ μm}$).

Im Gegensatz zu den NAO-Belägen aus dem vorherigen Kapitel zeigt sich bei der Auswertung der ECE-Beläge ein anderes Phänomen. Die maximalen Bremsmomentamplituden sind für die 11., 13. und 15. Ordnung fast ausschließlich einer separaten Geschwindigkeit zuzuordnen. Das gleiche Phänomen zeigt sich auf der rechten Seite der Abbildung für die Amplituden der Dickenschwankungen. Hier sind die Geschwindigkeitsbereiche klar voneinander zu unterscheiden. Somit steigt hierbei die Ordnung der entstehenden Bremsmoment- und Bremsscheibendickenschwankungen mit fallender am Prüfstand simulierter Geschwindigkeit des Fahrzeuges.

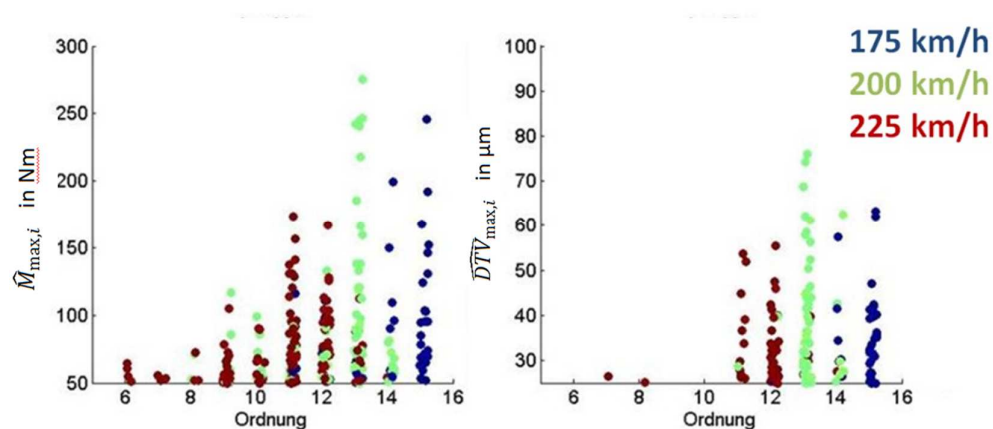


Abbildung 43: Maximale Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{\max,i}$ und Amplitude der Brems scheibendickenschwankung $\overline{DTV}_{\max,i}$ in den Ordnungen $i=5, \dots, 16$ für alle ECE-Bremsbeläge und Bremsungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten

Das Ordnungsspektrum der auftretenden Bremsmomentschwankungen bzw. Bremsmomentamplituden $\hat{M}_{j,i}^m$ für die im Prüfprogramm durchlaufenen momentgeführten Schleppbremsungen mit $m=1, \dots, 15$ ist in Abbildung 44 beispielhaft für einen der ECE-Bremsbeläge dargestellt. Hierbei wird die zuvor beschriebene Geschwindigkeitsabhängigkeit dadurch deutlich, dass für die Geschwindigkeiten 175 km/h, 200 km/h und 225 km/h die dominante Ordnung $n_{M,\text{dom}}^m$ variiert. Im Bereich der Bremsungen $m=1, \dots, 5$ mit 175 km/h prägt sich vor allem in den letzten drei der fünf Bremsungen eine 15. Ordnung aus. Bei den Bremsungen $m=6, \dots, 10$ mit 200 km/h entsteht die maximale Bremsmomentamplitude $\hat{M}_{\max,i}^m$ innerhalb der 13. Ordnung. Bei den Bremsungen $m=11, \dots, 14$ mit 225 km/h entstehen die maximalen Bremsmomentamplituden innerhalb der 12. Ordnung und innerhalb der letzten Bremsung $m=15$ entsteht eine 9. bzw. 10. Ordnung. Auch hier stellt sich die Frage, ob diese Geschwindigkeitsabhängigkeit innerhalb der Temperaturverteilung auf den Reibflächen wiederzufinden ist.

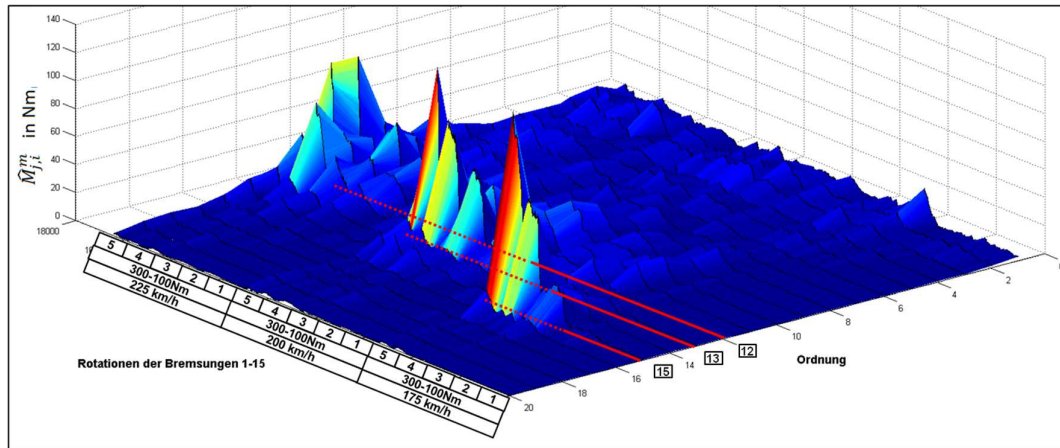


Abbildung 44: Bremsmomentamplitudenspektrum $\hat{M}_{j,i}^m$ für die momentgeführten Schleppbremsungen $m = 1, \dots, 15$ am Beispiel eines ECE-Bremsbelages

Abbildung 45 zeigt für einen der ECE-Bremsbeläge, analog zur Abbildung des ordnungstrennenden Verhaltens des NAO-Bremsbelags, das Bild der Temperaturverteilung auf dem Reibring der Faustseite für Umdrehung $j = 650$ (jeweils rechts) sowie die Ordnungsanalyse des entsprechenden Temperatursignals über den Umfang $\hat{T}_{FS,650,i}^m$ in den Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ (jeweils links). Dargestellt sind die drei Bremsungen $m = 3/8/13$ mit einem Bremsmoment von 200 Nm und den Geschwindigkeiten 175 km/h, 200 km/h und 225 km/h. Klar ersichtlich sind die unterschiedlichen dominanten Ordnungen für die verschiedenen Geschwindigkeiten.

Somit entstehen für diesen Bremsbelag immer eine bestimmte Anzahl Hotspots in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit im Bereich der 12.-15. Ordnung. Multipliziert man die jeweilige Rotationsfrequenz mit der auftretenden Ordnung, erhält man die dargestellten Frequenzen im Bereich von 365-378 Hz.

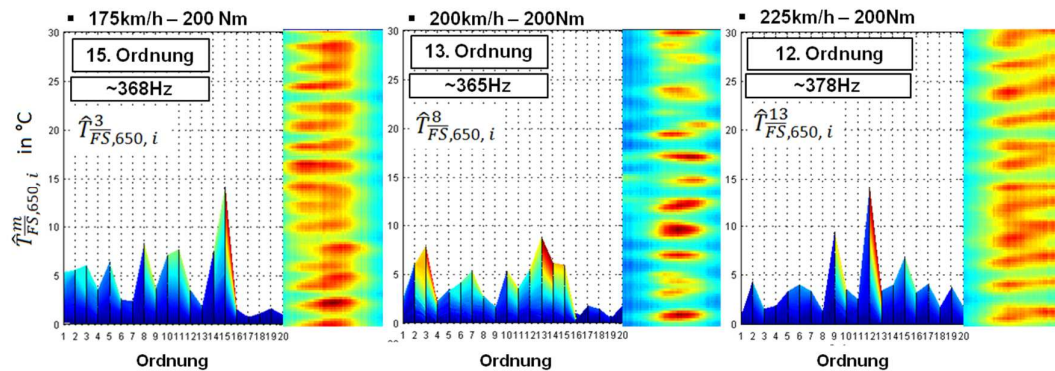


Abbildung 45: Temperaturverteilung auf dem Reibring (Faustseite) und deren Ordnungsanalyse in Umfangsrichtung $\hat{T}_{FS,650,i}^m$ für drei Schleppbremsungen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und gleichem mittlerem Bremsmoment am Beispiel eines ECE-Bremsbelags

Das Frequenzband ist demnach mit einer Spreizung von 10 Hz im Vergleich zum ordnungsgetreuen Verhalten mit 66 Hz ungleich enger. Diese Geschwindigkeitsabhängigkeit führt zur Frage nach einer potentiell auftretenden Resonanzfrequenz.

Daher wurde in der Forschungs Kooperation ein Finite-Elemente-Modell erstellt und mittels einer Eigenwertberechnung in den relevanten Betriebspunkten sowohl die Eigenfrequenz (Druck: 20 bar, Rotationsfrequenz: 28,5 Hz) berechnet als auch die Schwingform erzeugt.¹²⁸ Die berechnete Eigenfrequenz von 379 Hz entspricht dabei unter der Einschränkung auf ganzzahlige Vielfache der Rotationsfrequenz des Prüfstandes der in Abbildung 45 dargestellten Frequenzen. Die Schwingform stellt sich dabei als ein Wippen des Sattels um die Anbindung zum Achsschenkel dar. Dabei vollzieht der Sattel eine axiale Bewegung. Dadurch werden die Bremsbeläge alternierend mit einer zusätzlichen Kraft auf die Bremsscheibe gedrückt, wodurch Flächenpressungsschwankungen zwischen den Bremsbelägen und der Bremsscheibe entstehen. Dies führt wiederum zu Regionen unterschiedlicher Reibleistung, die sich phasenversetzt auf den beiden Seiten der Bremsscheibe befinden. Dies setzt ab dem Vorhandensein von Ungleichmäßigkeiten in der Temperaturverteilung einen thermischen Wachstumsprozess in Gang, bei dem die warmen Regionen sich ausdehnen und dadurch eine Verwellung der Bremsscheibe erhöhen. Diese Verwellung führt dann zu einer nochmals erhöhten Reibleistungsvariation entsprechend der bekannten Wirkungskette.

Auch für das frequenzgetreue Verhalten betrachten wir für die Bremsung mit 175 km/h und 200 Nm die Ordnungsanalyse der aufgezeichneten Signale im Verlauf der gesamten Bremsung in Abbildung 46 und vergleichen diese mit der bekannten Wirkungskette von Heißrubbeln. Für alle Signale ergibt sich eine 15. dominante Ordnung. Auch die Amplitude der Bremsscheibendickenschwankungen $\overline{DTV}_{j,i}^3$ bildet hier eine 15. dominante Ordnung aus.

Der Vergleich der Abfolge von Temperatur und Verwellung dieser Bremsung mit der Abfolge beim ordnungsgetreuen Verhalten (Abbildung 42), macht deutlich, dass hier zunächst eine Temperaturamplitude $\hat{T}_{FS/KS,j,i}^3$ auftritt und sich erst danach die Amplituden in den Signalen der Verwellung $\hat{v}_{j,i}^3$, der Bremsscheibendickenschwankung $\overline{DTV}_{j,i}^3$, des Bremsmoments $\hat{M}_{j,i}^3$ und dem Bremsdruck $\hat{p}_{j,i}^3$ ergeben.

¹²⁸ Könning M., Nunes R., Fischer S., Winner H.: [Simulation of a brake system during hot judder]

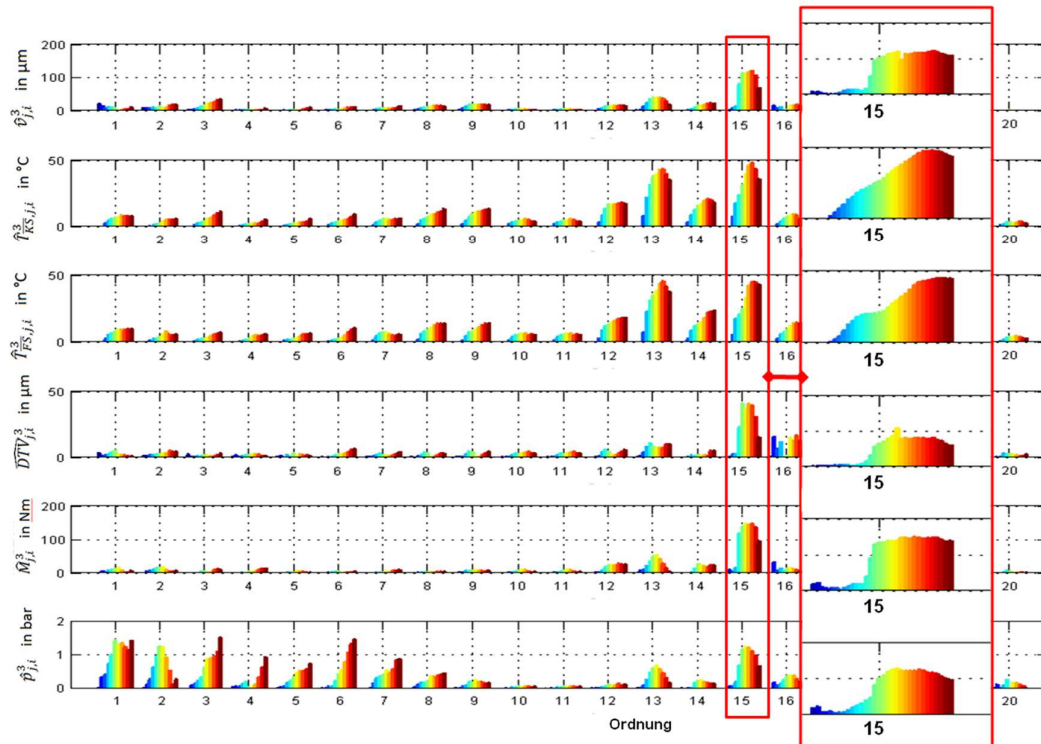


Abbildung 46: Ordnungsanalyse der Bremsung $m = 3$ für die Signale $\hat{v}_{j,i}^3$, $\hat{T}_{FS/KS,j,i}^3$, $\widehat{DTV}_{j,i}^3$, $\hat{M}_{j,i}^3$, $\hat{p}_{j,i}^3$ eines beispielhaften ECE-Bremsbelages für frequenztreues Verhalten (Anm.: Balken entsprechen dem Mittelwert aus jeweils 100 Umdrehungen; im vergrößerten Ausschnitt aus 20)

6.1.3 Übertragbarkeit auf Verzögerungsbremungen

In den bisherigen Ausführungen wurden nur die Schleppbremsungen des durchlaufenen Prüfprogramms am Schwungmassenprüfstand analysiert. Im Folgenden wird daher die Übertragbarkeit der beobachteten Phänomene auf die Verzögerungsbremungen untersucht. Zum Nachweis der Übertragbarkeit wurde ein Bremsbelag gewählt, der innerhalb jeder der Schleppbremsungen beide Phänomene parallel gezeigt hat. Hierfür wurde am Schwungmassenprüfstand eine Verzögerungsbremung aus 225 km/h bis in den Stillstand mit 150 Nm durchgeführt. Das Frequenzspektrum des resultierenden Bremsmomentes ist in Abbildung 47 dargestellt. Das Diagramm zeigt hierbei nicht wie zuvor eine Ordnungsanalyse, sondern ist über der Frequenz aufgetragen. Anzumerken hierbei ist, dass die Auswertung auf die 20. Ordnung begrenzt ist und somit das ausgewertete Frequenzband mit abnehmender Geschwindigkeit enger wird. Deutlich wird auch hierbei eine Resonanzfrequenz, die bei 382 Hz detektiert wurde. Zusätzlich treten sowohl das hohe ordnungsgetreue als auch das niedrige ordnungsgetreue Ordnungsbänder auf. Alle drei Ordnungsbänder lassen sich somit auch innerhalb von Verzögerungsbremungen wiederfinden.

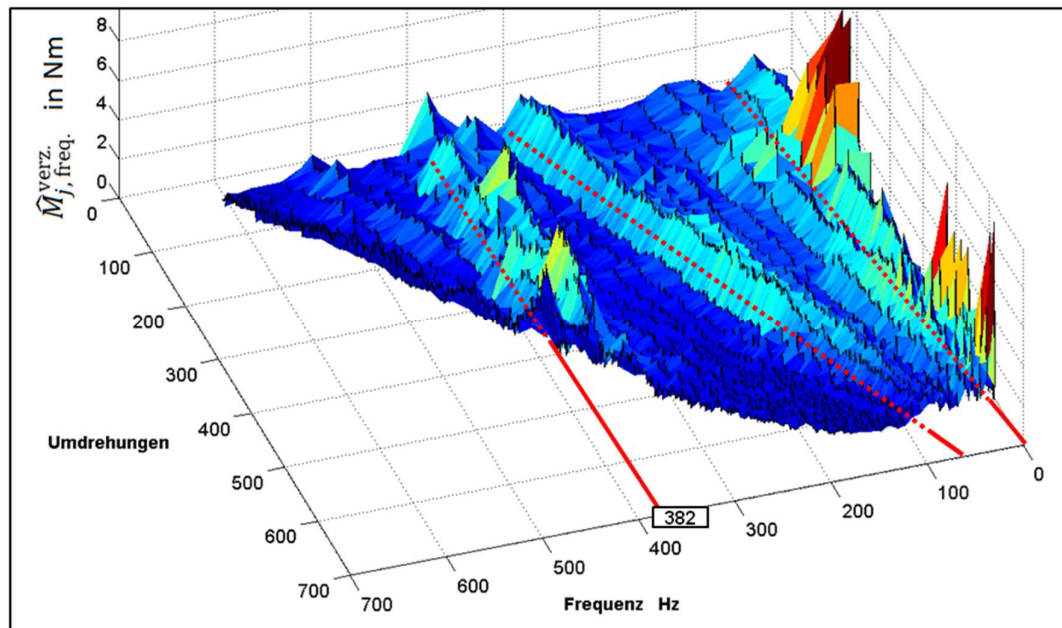


Abbildung 47: Frequenzanalyse der Bremsmomentschwankungen für eine Verzögerungsbrem-
sung (Wasserfalldiagramm) aus 225 km/h mit 150 Nm

6.1.4 Häufigkeit des Auftretens der Phänomene

In den beiden Abschnitten zuvor wurden beispielhaft zur Verdeutlichung der beiden Phänomene in den hohen Ordnungen verschiedene Reibmaterialien betrachtet. Eine konkrete Zuordnung der Phänomene zu bestimmten Reibmaterialien wurde jedoch nicht durchgeführt. Zur Prüfung dieses Zusammenhangs werden in folgender Tabelle 6 die detektierten Phänomene der einzelnen Bremsbelagprototypen aufgeführt und eine Summenbetrachtung der unterschiedlichen Reibmaterialien durchgeführt.

Es kann festgehalten werden, dass eine eindeutige Abhängigkeit des Verhaltens vom Reibmaterial nicht besteht. Das NAO-Reibmaterial zeigt kein alleiniges Auftreten des frequenzgetreuen Verhaltens im Vergleich zu den beiden anderen Materialien, jedoch tritt dieses sehr wohl, wenn auch nicht dominant parallel zum ordnungsgetreuen Verhalten auf. Eine Einschätzung der Auswirkungsschwere des jeweiligen Phänomens mittels der in der letzten Spalte aufgeführten maximal auftretenden BTV $M_{pp,max}^{max}$ über allen Bremsungen ist ebenfalls nicht eindeutig durchführbar. Es wird hierbei nochmals deutlich, dass eine pauschale Aussage hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen dem verwendeten Reibmaterial und Heißrubbeln nicht möglich erscheint.

Tabelle 6: Detektierte Phänomene des hohen Ordnungsbandes

Reib- material	Nr.	Detektiertes Phänomen			Ord. des ordnungsgetr. Verhaltens	$M_{pp,max}^{max}$
		frequenz- getreu	ordnungs- getreu	paralleles Auftreten		
ECE	1	0	1	0	12	200
	2	0	1	0	9	150
	3	1	0	0		100
	4	0	0	1	9	150
	5	1	0	0		80
	6	1	0	0		100
	7	0	0	1	9	40
	8	1	0	0		150
	9	1	0	0		200
	10	0	0	1	11	100
	11	1	0	0		150
	12	0	0	1	10	150
	13	0	0	1	9	300
	14	0	1	0	11	200
Summe:		6	3	5		
NAO	15	0	1	0	9	150
	16	0	1	0	8	80
	17	0	0	1	9	80
	18	0	1	0	9	80
	19	0	1	0	8	80
	20	0	0	1	10	80
	21	0	1	0	10	60
	22	0	0	1	9	150
	23	0	1	0	11	300
	24	0	1	0	11	150
	25	0	0	1	9	300
	26	0	1	0	11	200
	27	0	1	0	11	400
	28	0	0	1	9	150
	29	0	0	1	11	300
	30	0	0	1	9	200
	31	0	0	1	9	200
Summe:		0	9	8		
ECE - Cu frei	32	0	1	0	12	400
	33	0	0	1	10	100
	34	1	0	0		300
	35	1	0	0		300
	36	1	0	0		150
	37	0	0	1	9	60
	38	0	0	1	9	150
	39	0	0	1	10	100
	40	0	0	1	9	300
	41	0	0	1	8	150
	42	1	0	0		200
	43	0	1	0	10	80
	44	0	1	0	10	300
Summe:		4	3	6		

6.2 Erweiterung der bekannten Wirkungskette

Das Phänomen des ordnungsgetreuen Verhaltens in hohen Ordnungen ist nicht nur für den beispielhaft gezeigten NAO-Bremsbelag mit einer 9. dominanten Ordnung detektierbar. Auch andere NAO-Bremsbeläge und auch ECE-Cufrei-Bremsbeläge weisen

dieses Phänomen auf. Abbildung 48 zeigt die dominanten Ordnungen der Verwellung $n_{v,dom}^m$ für alle fünfzehn gefahrenen momentgeführten Schleppbremsungen mit $m = 1, \dots, 15$ für zwei beispielhafte Bremsbeläge.

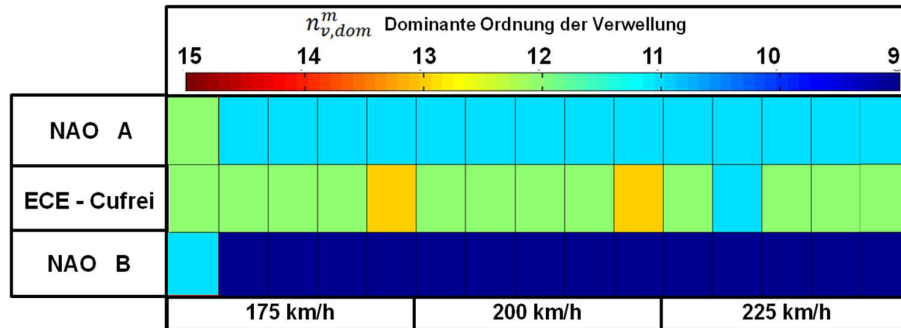


Abbildung 48: Dominante Ordnung $n_{v,dom}^m$ bei ordnungstreuem Verhalten für die momentgeführten Schleppbremsungen mit $m = 1, \dots, 15$

Der Bremsbelagprototyp NAO B zeigt die bereits diskutierte 9. dominante Ordnung für alle dargestellten Bremsungen. Einzig zu Beginn im Bereich sehr niedriger umgesetzter Reibleistung tritt eine Abweichung um eine Ordnung auf. Der Bremsbelagprototyp NAO A zeigt eine 11. dominante Ordnung und der Bremsbelagprototyp ECE-Cufrei zeigt eine 12. dominante Ordnung für alle dargestellten Bremsungen. Die Abweichung um eine Ordnung tritt auch vereinzelt bei diesen beiden Belägen in unterschiedlichen Bremsungen auf. Es wird deutlich, dass sowohl durch Änderung des Reibmaterials (vgl. NAO – ECE-Cufrei) als auch durch Änderung der Bremsbelageigenschaften innerhalb des gleichen Reibmaterials (vgl. NAO A – B) die sich ausprägende dominante Ordnung ändern kann. Die Bremsbeläge NAO A und B besitzen dieselbe Geometrie und Reibmaterial, jedoch unterscheiden sie sich hinsichtlich der mechanischen, thermischen und tribologischen Eigenschaften aufgrund des variierten Produktionsprozesses. Ordnungsgetreues Verhalten tritt somit im Bereich der 9.-12. Ordnung auf. Durch die Variation der Bremsbelageigenschaften ändert sich somit trotz gleicher erzeugter mittleren Bremsleistung bzw. umgesetzter Reibarbeit pro Umdrehung die dominante Ordnung, in der die Verwellung auftritt. Daher wird die Annahme einer Abhängigkeit der Verwellungsordnung von der Flächenpressung bzw. des Spannungszustandes zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe in der Wirkungskette (Abbildung 49) ergänzt.

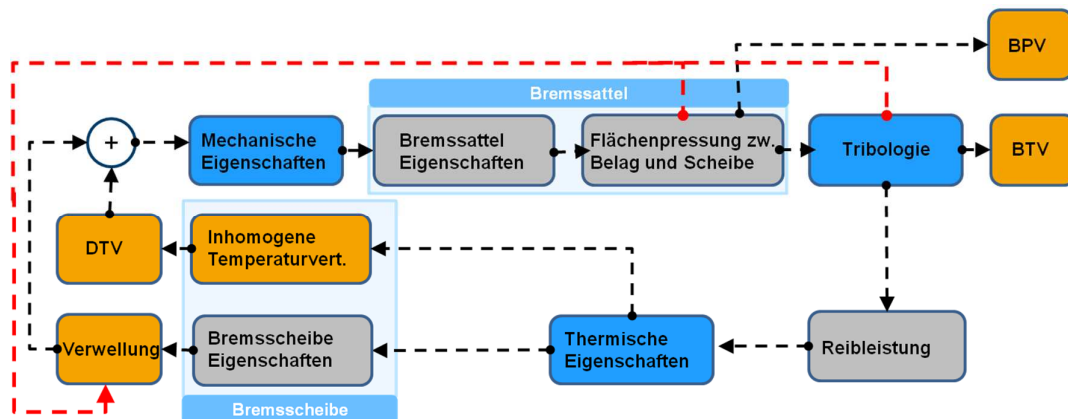


Abbildung 49: Erweiterte Wirkungskette

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass im Rahmen dieses Kapitels das Phänomen Heißrubbeln hinsichtlich der auftretenden Ordnungen und damit verknüpfter Phänomene differenziert beschrieben wurde. Grundsätzlich lässt sich Heißrubbeln in die beiden Bereiche der niedrigen (1.-3.) und hohen (5.-20.) Ordnungen unterscheiden. Diese beiden Ordnungsbänder treten weitestgehend unabhängig voneinander auf und können daher separiert betrachtet werden.

Innerhalb der hohen Ordnungen ($\geq 5.$) konnten die beiden Phänomene des ordnungsgetreuen und des frequenzgetreuen Verhaltens identifiziert und hinsichtlich ihrer Wirkungskette unterschieden werden.

Das ordnungsgetreue Verhalten im Bereich der 9.-12. Ordnung spiegelt die grundlegende Wirkungskette nach Sardá wieder. Die wellenförmige Deformation der Bremsscheibe erfolgt zeitlich vor der Entstehung einer Temperaturschwankung über den Umfang. Zudem konnte festgestellt werden, dass nicht wie ursprünglich vermutet, allein die Bremsscheibe für die sich ausprägende Wellenform verantwortlich ist, sondern auch der Bremsbelag die Ordnung der Deformation beeinflussen kann.

Das frequenzgetreue Verhalten im Bereich der 11.-15. Ordnung zeigt offensichtlich eine andere Wirkungskette. Die Anzahl der Hotspots variiert hier in Abhängigkeit einer Frequenz um ca. 375 Hz. Innerhalb einer Bremsung entstehen hier zunächst die Temperaturschwankungen über den Umfang und erst darauffolgend die Bremsscheibendeformationen. Die durchgeführten FEM-Simulationen haben die relevante Schwingform dargestellt und die dazugehörige Eigenfrequenz aufgezeigt.

Damit kann die Wirkungskette, die zu Heißrubbeln führt, entweder mit der aufgrund des axialen Temperaturgradienten hervorgerufenen initialen Bremsscheibendeformation beginnen oder durch eine Schwankung innerhalb der Flächenpressung zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe.

7 Ergebnisse der Regressionsanalyse

7.1 Eingangsgrößen der Regression

Entsprechend der in Kapitel 5.3.1 durchgeführten Definition der Eingangsgrößen der Regression, betrachten wir im Folgenden die Ergebnisse der Vermessung der Prototypen hinsichtlich der relevanten Eigenschaften. Alle produzierten Prototypen wurden hinsichtlich der Bremsbelageigenschaften Kompressibilität in Form des $K6$ -Wertes, Dämpfungsmaß D und Wärmeeindringkoeffizient b vor Durchlaufen des Prüfprogramms am Schwungmassenprüfstand vermessen.

Abbildung 50 zeigt die $K6$ -Werte der produzierten Bremsbeläge über deren Dämpfungsmaß. Festzuhalten ist hierbei, dass eine Spreizung hinsichtlich des Dämpfungsmaßes D von 4 - 39 % und hinsichtlich der $K6$ -Werte von 80 – 400 μm über die 105 Varianten erreicht wurde. Es wird deutlich, dass die Bereiche sehr hoher $K6$ -Werte ($> 250 \mu\text{m}$) mit gleichzeitig niedriger Dämpfung ($< 10 \text{ ‰}$) sowie sehr niedriger $K6$ -Werte ($< 140 \mu\text{m}$) mit gleichzeitig hoher Dämpfung ($> 25 \text{ ‰}$) fertigungstechnisch nicht hergestellt werden konnten.

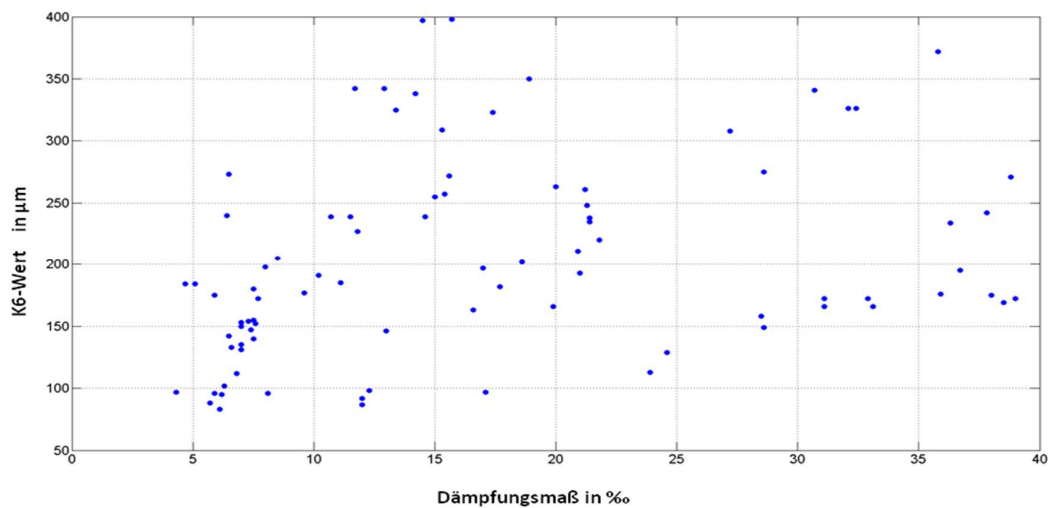


Abbildung 50: $K6$ -Werte der produzierten Bremsbeläge über deren Dämpfungsmaß

Abbildung 51 zeigt die $K6$ -Werte der produzierten Bremsbeläge über deren Wärmeeindringkoeffizienten. Die Spreizung der Wärmeeindringkoeffizienten beläuft sich hierbei auf 0,75 - 2,25 $\text{J}^2/\text{m}^4\text{K}^2$. Deutlich wird hierbei, dass für den Bereich der sehr ho-

hen ($> 300 \mu\text{m}$) und sehr niedrigen ($< 100 \mu\text{m}$) $K6$ -Werte die Spreizung des Wärmeindringkoeffizienten eingeschränkt ist ($1,2 - 2,2 \text{ J}^2/\text{m}^4\text{K}^2$).

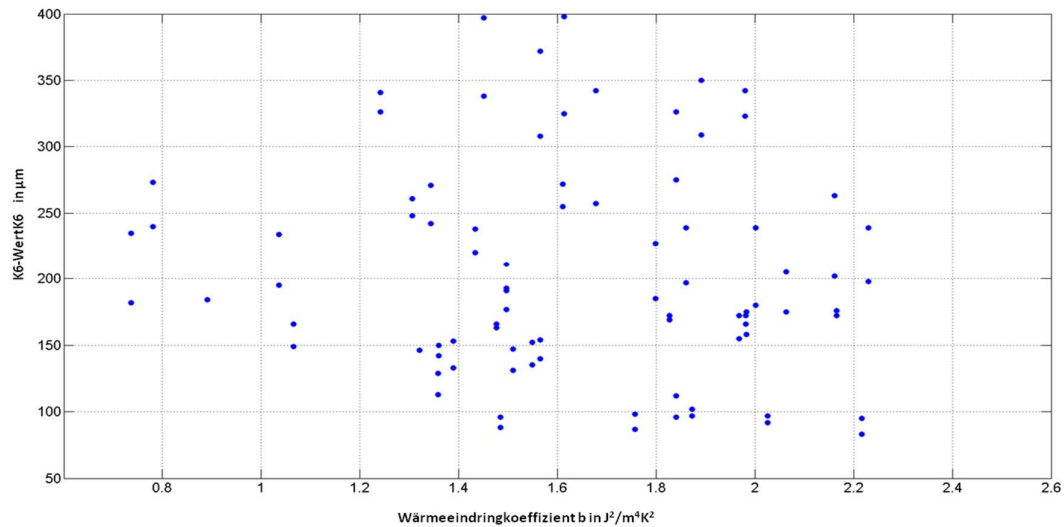


Abbildung 51: $K6$ -Werte der produzierten Bremsbeläge über deren Wärmeindringkoeffizienten

Abbildung 52 zeigt das Dämpfungsmaß der produzierten Bremsbeläge über deren Wärmeindringkoeffizienten. Hierbei zeigt sich eine gute Durchmischung, sodass fertigungstechnisch innerhalb der Spreizung keine Lücken entstehen. Einzige Einschränkung zeigt sich hier bei niedrigem Wärmeindringkoeffizienten ($< 1 \text{ J}^2/\text{m}^4\text{K}^2$) und hoher Dämpfung ($> 25 \%$).

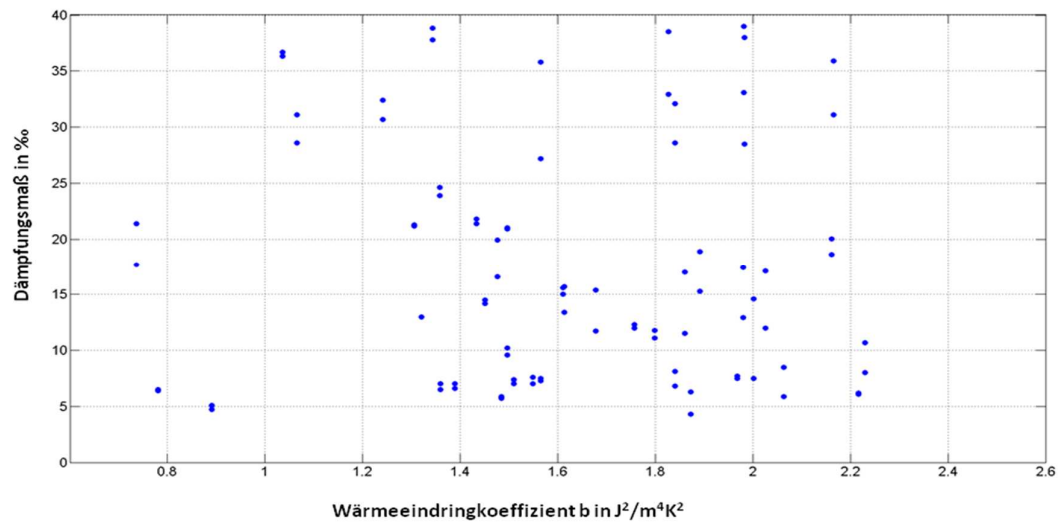


Abbildung 52: Dämpfungsmaß der produzierten Bremsbeläge über deren Wärmeindringkoeffizienten

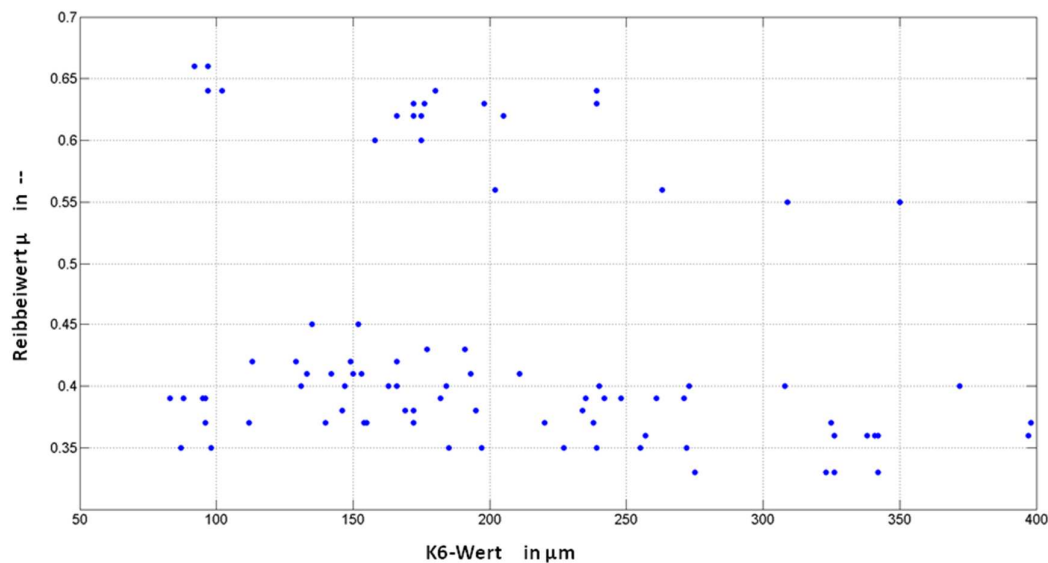


Abbildung 53: Reibbeiwert der produzierten Bremsbeläge über deren K6-Werten

Abbildung 53 zeigt den Reibbeiwert der produzierten Bremsbeläge über deren K6-Werte. Hierbei zeigen zwei deutliche Gruppen von Reibwerten, sodass fertigungstechnisch innerhalb der Spreizung eine Lücke entsteht. Die Gruppe mit hohen Reibwerten bewegt sich dabei in einem Bereich zwischen 0,55 - 0,66 und die Gruppe mit niedrigen Reibwerten im Bereich 0,32 - 0,45. Es zeigt sich jedoch, dass die Spreizung bezüglich der K6-Werte aus beiden Gruppen abgedeckt ist.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die produzierten Bremsbeläge hinsichtlich der zu variierenden Eigenschaften eine in dieser Breite innerhalb der Literatur und anderen Untersuchungen bisher unbekannte Größenordnung erreicht haben.

Es ist anzumerken, dass für die Produktion der Prototypen die normalerweise serienüblichen Anforderungen an Bremsbeläge hinsichtlich Verschleiß, Reibwert- und Fadingverhalten etc. nicht angewendet wurden. Einzige Anforderung war es, dass die Prototypen das Prüfprogramm am Schwungmassenprüfstand zerstörungsfrei durchlaufen können und eine möglichst weite Spreizung der Bremsbelageigenschaften generiert wird.

Die Voraussetzungen der Regression aus Kapitel 5.3.3 umfassen die Überprüfung der Eingangsgrößen auf Multikollinearität. Daher betrachten wir in folgender Tabelle 7 die Korrelationskoeffizientenmatrix der Eingangsgrößen der Regression.

Tabelle 7: Korrelationskoeffizientenmatrix und Varianzinflationsfaktor der Eingangsgrößen der Regression

	$K6$	D	μ	b	$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$
$K6$	1	0,483	0,174	0,435	1.559
D	0,483	1	0,024	0,186	1.310
μ	0,174	0,024	1	0,329	1.127
b	0,435	0,186	0,329	1	1.343

Keiner der Korrelationskoeffizienten liegt betragsmäßig nahe eins. Dies lässt jedoch entsprechend der Ausführung in Kapitel 5.3.3 nicht auf die Abwesenheit von Multikollinearität schließen. Daher wird zusätzlich eine Varianzinflationsanalyse durchgeführt. Diese berechnet für jede der unabhängigen Variablen eine eigene lineare Regression in Bezug auf die übrigen Variablen und das zugehörige Bestimmtheitsmaß R^2 . Der Wert des Varianzinflationsfaktors ist der rechten separaten Spalte der Tabelle zu entnehmen. Alle Faktoren haben einen deutlichen Abstand zum Grenzwert von 5, womit nachgewiesen ist, dass die Eingangsgrößen sich nicht mittels einer Linearkombination der restlichen Eingangsgrößen beschreiben lassen.

7.2 Zielgrößen der Regression

In Kapitel 5.3.2 wurden die Zielgrößen der Regression als fünf aus den Zeit- bzw. Drehwinkelsignalen abgeleitete Kenngrößen definiert. Diese umfassen für eine allgemein betrachtete Kenngröße A die maximal auftretende Schwankung im Zeitbereich als „peak-to-peak“ Wert $A_{pp,max}^m$ sowie deren Zuwachsrate α_{A1}^m , die maximal auftretende Amplitude im Ordnungsbereich \hat{A}_{MAX}^m sowie deren Zuwachsrate innerhalb der dominanten Ordnung $\alpha_{\hat{A},dom}^m$ und die dominante Ordnung $n_{\hat{A},dom}^m$ jeweils für die betrachtete Bremsung m .

Jede Variante des Bremsbelags hat im Prüfprogramm $m = 30$ Schleppbremsungen durchlaufen über die der Median der jeweiligen Zielgröße ($A_{pp,max}^{median}$, α_{A1}^{median} , \hat{A}_{MAX}^{median} , $\alpha_{\hat{A},dom}^{median}$) gebildet wird. Grundsätzlich ist anzumerken, dass innerhalb der Ordnungsanalyse in Kapitel 6.1 bereits festgestellt wurde, dass die beiden detektierten Phänomene parallel innerhalb einer Bremsung auftreten können und sich die detektierten Ordnungsbänder durch die vorliegende Abhängigkeit von der Geschwindigkeit überschneiden können. Daher ist die Bestimmung einer für einen Bremsbelag charakteristischen dominanten Ordnung $n_{\hat{A},dom}^{median}$ durch Bildung des Medians über alle Bremsungen nicht sinnvoll durchführbar. Eine Abhängigkeit der entstehenden dominanten Ordnung von den Bremsbelageigenschaften ist somit nicht mittels der vorgestellten Regressionsanalyse

berechenbar oder müsste für jeden Geschwindigkeitsabschnitt des Prüfprogramms separiert durchgeführt werden.

Am Prüfstand wurden insgesamt $k = 44$ Bremsbelag-Varianten untersucht, für die im Folgenden die bestimmten Zielgrößen betrachtet werden.

Für die Kenngröße der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen $M_{pp,max}^m$ ist in Abbildung 54 der Boxplot über alle Bremsungen m für alle 44 untersuchten Bremsbelag-Varianten dargestellt. Hierin zeigt die rote Mittellinie den Median aus den 30 Schleppbremsungen an. Deutlich hieraus wird ein grundsätzlicher Einfluss des Bremsbelags auf die resultierenden Bremsmomentschwankungen, da entsprechend des Versuchsdesigns die Randbedingungen konstant gehalten wurden.

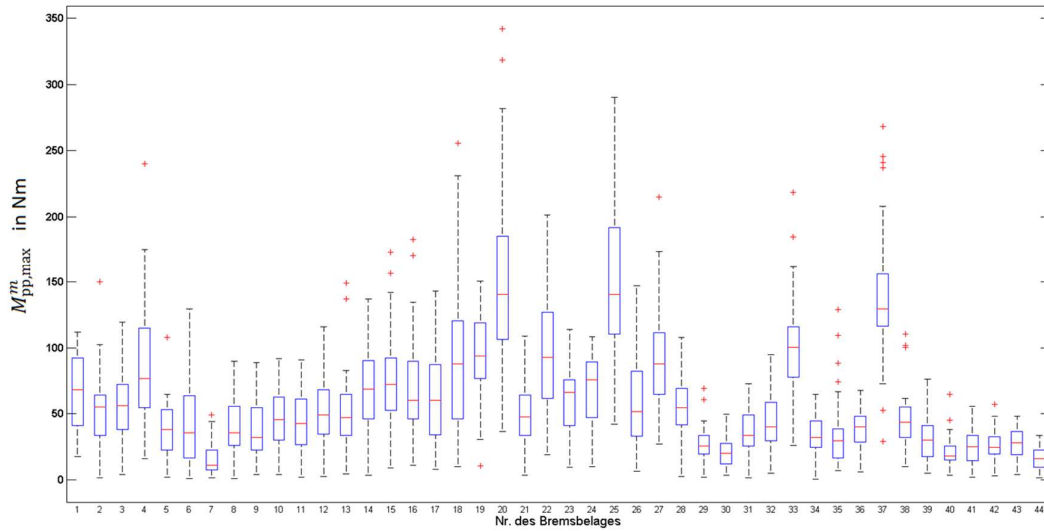


Abbildung 54: Boxplot der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen $M_{pp,max}^m$ über $m = 30$ Bremsungen aller $k = 44$ Bremsbelag-Varianten

Eine Rangordnung hinsichtlich der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen zwischen den drei verwendeten Basis-Reibmaterialien (Bremsbelag Nr.1-14 ECE; Nr.15-24 + Nr.40-44 NAO; Nr.25-39 ECE Cu-frei) ist nicht offensichtlich und verdeutlicht nochmals die Abhängigkeit von den physikalischen Eigenschaften des Bremsbelags. Für jede Reibmaterialfamilie existieren Materialien, die deutlich über oder unter dem Mittelwert der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen über alle untersuchten Bremsbelag-Varianten von 50,5 Nm liegen.

Abbildung 55 zeigt die Mediane der maximal auftretenden Amplituden im Ordnungsbereich \hat{A}_{MAX}^{median} über den 30 Bremsungen für die Zielgrößen A bestehend aus dem Bremsmoment M , dem Bremsdruck p , den Brems scheibendickenschwankung DTV , der Verwerrung ν und der Temperaturverteilung über den Reibring $T_{FS/KS}$. Anzumerken

hierbei ist, dass für die Temperaturverteilung nur der Median der maximal auftretenden Temperaturamplitude im Ordnungsbereich der Faustseite $\hat{T}_{FS,MAX}^{median}$ abgebildet wird.

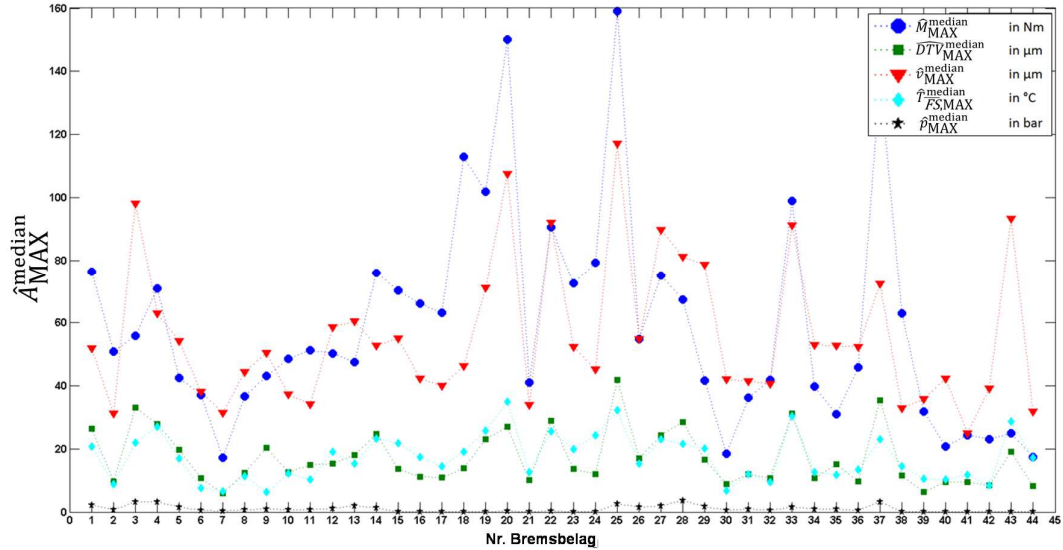


Abbildung 55: Mediane der maximal auftretenden Amplituden im Ordnungsbereich \hat{A}_{MAX}^{median} für die Zielgrößen (M , DTV , v , T_{FS} , p) über 30 Schleppbremsungen

Die Darstellung der unterschiedlichen Zwischengrößen der Wirkungskette von Heißrubbeln wirft direkt die Fragestellung nach einer Korrelation zwischen diesen Größen auf. Entsprechend der Wirkungskette von Heißrubbeln wird zwischen den dargestellten Zielgrößen eine hohe Korrelation erwartet. Zur Überprüfung wurde zwischen den dargestellten Medianen eine Kreuzkorrelation durchgeführt, deren Ergebnis in Tabelle 8 dargestellt ist. Hierbei werden die Korrelationen sowohl zwischen allen Medianen der maximal auftretenden Amplituden im Ordnungsbereich $Kor(\hat{A}_{1,MAX}^{median}, \hat{A}_{2,MAX}^{median})$ berechnet, als auch zwischen den nicht abgebildeten maximal auftretenden Schwankungen im Zeitbereich $Kor(A_{1,pp,max}^{median}, A_{2,pp,max}^{median})$. Der Index 1 bzw. 2 steht hier beispielhaft für eine der berechneten Korrelationen zwischen zwei der Zielgrößen (M , DTV , v , T_{FS} , p).

Tabelle 8: Korrelationskoeffizientenmatrix der Mediane der maximal auftretenden Schwankungen im Zeitbereich $A_{pp,max}^{median}$ und der maximal auftretenden Amplituden im Ordnungsbereich \hat{A}_{MAX}^{median}

	\hat{M}_{MAX}^{median}	$\widehat{DTV}_{MAX}^{median}$	$\hat{T}_{FS,MAX}^{median}$	\hat{v}_{MAX}^{median}	\hat{p}_{MAX}^{median}	
Ordnungsbereich						
$M_{pp,max}^{median}$		0,74	0,76	0,63	0,32	\hat{M}_{MAX}^{median}
$DTV_{pp,max}^{median}$	0,22		0,76	0,84	0,74	$\widehat{DTV}_{MAX}^{median}$
$T_{FS,pp,max}^{median}$	0,81	0,14		0,82	0,36	$\hat{T}_{FS,MAX}^{median}$
$v_{pp,max}^{median}$	0,78	0,06	0,72		0,53	\hat{v}_{MAX}^{median}
$p_{pp,max}^{median}$	0,48	0,09	0,45	0,45		\hat{p}_{MAX}^{median}
Zeitbereich						
$M_{pp,max}^{median}$	$DTV_{pp,max}^{median}$	$T_{FS,pp,max}^{median}$	$v_{pp,max}^{median}$	$p_{pp,max}^{median}$		

Mit Werten der Korrelationskoeffizienten im Bereich von 0,63 - 0,84 ist der erwartete Zusammenhang einer Korrelation im Ordnungsbereich für alle Zielgrößen erfüllt. Einzig die Bremsdruckschwankungen bewegen sich auf einem niedrigeren Niveau von 0,32 - 0,74.

Im Vergleich der Korrelationsmatrix zwischen Zeitbereich und Ordnungsbereich in Tabelle 8 wird deutlich, dass im Zeitbereich vor allem für die Korrelationen zwischen den maximal auftretenden Schwankungen der Dicke $DTV_{pp,max}^{median}$ und den übrigen Zielgrößen geringere Korrelationskoeffizienten im Bereich von 0,06 – 0,22 bestimmt werden. Innerhalb der ordnungsabhängigen Auswertung zeigt sich die entsprechend der Wirkungskette erwartete Korrelation zwischen den maximal auftretenden Amplituden im Ordnungsbereich $\widehat{DTV}_{MAX}^{median}$ und den übrigen Zielgrößen im Bereich von 0,74 - 0,84, die in der Auswertung im Zeitbereich verloren geht.

Auch für die Zielgrößen der Mediane der Zuwachsraten der maximal auftretenden Schwankungen im Zeitbereich α_{AI}^{median} und der Mediane der Zuwachsraten der auftretenden Amplituden innerhalb der dominanten Ordnung $\alpha_{\hat{A},dom}^{median}$ im Ordnungsbereich berechnen wir die Korrelationskoeffizientenmatrix in Tabelle 9.

Tabelle 9: Korrelationskoeffizientenmatrix der Mediane der Zuwachsraten der maximal auftretenden Schwankungen im Zeitbereich $\alpha_{A1}^{\text{median}}$ und der Mediane der Zuwachsraten der auftretenden Amplituden innerhalb der dominanten Ordnung im Ordnungsbereich $\alpha_{\hat{A},\text{dom}}^{\text{median}}$

	$\alpha_{\hat{M},\text{dom}}^{\text{median}}$	$\alpha_{DTV,\text{dom}}^{\text{median}}$	$\alpha_{\hat{T},FS,\text{dom}}^{\text{median}}$	$\alpha_{\hat{v},\text{dom}}^{\text{median}}$	$\alpha_{\hat{p},\text{dom}}^{\text{median}}$	
	Ordnungsbereich					
$\alpha_{M1}^{\text{median}}$		0,08	0,83	0,37	0,43	$\alpha_{\hat{M},\text{dom}}^{\text{median}}$
$\alpha_{DTV1}^{\text{median}}$	0,79		0,15	0,21	0,07	$\alpha_{DTV,\text{dom}}^{\text{median}}$
$\alpha_{\hat{T},FS,71}^{\text{median}}$	0,79	0,64		0,52	0,57	$\alpha_{\hat{T},FS,\text{dom}}^{\text{median}}$
$\alpha_{v1}^{\text{median}}$	0,74	0,83	0,64		0,43	$\alpha_{\hat{v},\text{dom}}^{\text{median}}$
$\alpha_{p1}^{\text{median}}$	0,64	0,64	0,57	0,51		$\alpha_{\hat{p},\text{dom}}^{\text{median}}$
	Zeitbereich					
	$\alpha_{M1}^{\text{median}}$	$\alpha_{DTV1}^{\text{median}}$	$\alpha_{\hat{T},FS,71}^{\text{median}}$	$\alpha_{v1}^{\text{median}}$	$\alpha_{p1}^{\text{median}}$	

Die bestimmten Korrelationskoeffizienten der Zuwachsraten im Zeitbereich ergeben Werte im Bereich von 0,51-0,83. Die bestimmten Korrelationskoeffizienten der Zuwachsraten im Ordnungsbereich ergeben Werte im Bereich von 0,07-0,83. Die schwächsten Korrelation mit einem Bereich von 0,07-0,21 bestehen zwischen der Zuwachsraten der Amplitude der Bremsscheibendicke innerhalb der dominanten Ordnung $\alpha_{DTV,\text{dom}}^{\text{median}}$ zu den übrigen Zielgrößen. Für die Zuwachsraten deuten die Korrelationskoeffizienten auf eine bessere Übereinstimmung mit der bekannten Wirkungskette innerhalb des Zeitbereiches als im Ordnungsbereich hin.

Eine interessante, aus der Wirkungskette von Heißrubbeln abgeleitete Fragestellung ist, wie das Bremssystem eine Anregung durch Bremsscheibendeformationen in Bremsmomentschwankungen umsetzt. Daher werden in folgender Abbildung 56 die Quotienten des Medians der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen $M_{pp,\text{max}}^{\text{median}}$ und der beiden die Bremsscheibendeformation beschreibenden Größen der Mediane der maximal auftretenden Dickenschwankung $DTV_{pp,\text{max}}^{\text{median}}$ und der Verwellung $v_{pp,\text{max}}^{\text{median}}$ aufgetragen. Entsprechend der Erwartung wird deutlich, dass das Bremssystem grundsätzlich auf eine Bremsscheibendickenschwankung mit einer höheren Bremsmomentschwankung reagiert als auf eine gleich große Verwellung. Die verschiedenen Bremsbeläge reagieren zusätzlich unterschiedlich sensibel auf eine solche Anregung. So schwankt der Faktor des Quotienten aus $M_{pp,\text{max}}^{\text{median}}$ und $DTV_{pp,\text{max}}^{\text{median}}$ zwischen ca. 1,2 - 8, je nach verwendetem Bremsbelag. Welche Eigenschaften des Bremsbelags diesen Verstärkungsfaktor statistisch signifikant beeinflussen, wird mittels einer Regressionsanalyse in Kapitel 7.3.2 untersucht, indem beide dargestellten Verhältnisse als neue Zielgrößen der Regression verwendet werden.

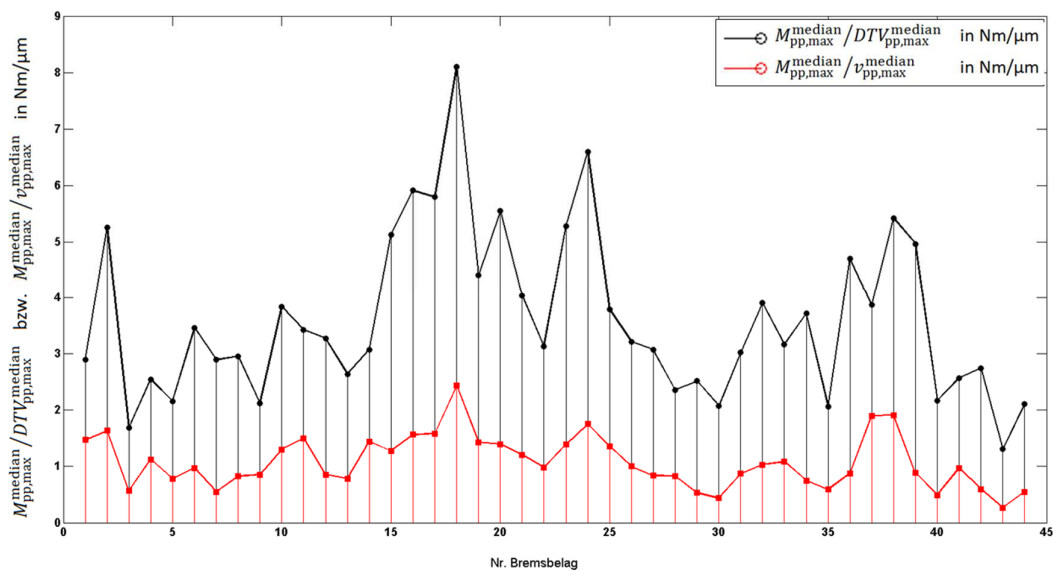


Abbildung 56: Umsetzung der Brems Scheibendeformationen in Bremsmomentschwankungen

7.3 Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln

Ziel ist ein Vorhersagemodell der in Kapitel 5.3.2 definierten Zielgrößen mit möglichst hoher Modellqualität, das Gültigkeit für möglichst alle Bremsbelag-Varianten besitzt. Innerhalb dieses Kapitels werden die Zusammenhänge zwischen jeweils den Bremsbelageigenschaften und der Gruppe der Zielgrößen zur Beschreibung

- der entstehenden Bremsmomentschwankungen (Kapitel 7.3.1),
- der entstehenden Brems Scheibendeformationen (Kapitel 7.3.2),
- der entstehenden Temperaturverteilung auf den Reibringen (Kapitel 7.3.3)
- und der Bremsdruckschwankungen (Kapitel 7.3.4)

näher betrachtet. Die Differenzierung der einzelnen Zielgrößen innerhalb dieser Gruppen erfolgt in dem jeweiligen Unterkapitel.

Für die Untersuchung dieser Zusammenhänge ist grundsätzlich festzuhalten, dass die in Kapitel 6 detektierte Abhängigkeit von bestimmten Ordnungsbändern keine Relevanz hat, da die insgesamt für das Phänomen Heißrubbeln gültigen Zielgrößen vorhergesagt werden sollen, die alle Ordnungsbänder umfassen. Die Bestimmung der Zielgrößen im Ordnungsbereich für Bremsmomentschwankungen, Brems Scheibendeformation, Temperaturverteilung auf dem Reibring sowie Bremsdruckschwankungen werden daher

unabhängig von einem bestimmten Ordnungsband über den Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ ausgewertet.

Eine Auswertung nur eines separaten Ordnungsbandes birgt die Unsicherheit, nicht die für die Systemanregung kritischere höhere Amplitude zu erfassen. Eine ordnungsbandabhängige Analyse erfolgt daher separiert innerhalb von Kapitel 7.3.7, um somit die Auswirkungen der Bremsbelageigenschaften für die Ordnungsbänder zu unterscheiden.

7.3.1 Einfluss auf die Bremsmomentschwankungen

Die vier Zielgrößen zur Analyse des Einflusses der Bremsbelageigenschaften auf das Bremsmoment umfassen:

- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen im Zeitbereich $M_{pp,max}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der auftretenden Bremsmomentschwankungen α_{M1}^{median}
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Amplituden des Bremsmoments im Ordnungsbereich \hat{M}_{MAX}^{median}
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Amplituden des Bremsmoments innerhalb der dominanten Ordnung im Ordnungsbereich $\alpha_{\hat{M},dom}^{median}$

In Kapitel 5.3.3 wurde bereits die Vorgehensweise bei der Auswahl der Regressionsmodelle beschrieben. Zusätzlich festzuhalten ist, dass innerhalb der Regressionsmodelle die Einflussgrößen, also die Bremsbelageigenschaften, nicht mit ihrem jeweiligen gemessenen Wert eingesetzt werden müssen. Die Verwendung von Kehrwerten bzw. Reziproken ist aus mathematischer Sicht ebenfalls legitim. Ein potentieller Einfluss auf die jeweilige resultierende Modellgüte ist nicht auszuschließen, da sich durch eine solche Änderung das Modellverhalten anders variieren lässt.

Daher werden für die vier durchzuführenden Regressionsanalysen die Einflussgrößen systematisch hinsichtlich der Verwendung als Kehrwert variiert und die jeweilige Auswirkung auf die resultierende Modellgüte bestimmt. Innerhalb der ersten Spalte der nachfolgenden Tabelle 10 sind die reziprok verwendeten Eingangsgrößen mittels einer Binärcodierung (0 = normal, 1 = reziprok) angegeben. Die vier Stellen der Binärcodierung entsprechen dabei den vier Einträgen des Eingangsvektors der Regression $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3, X_4)^T$. Dabei entspricht X_1 dem $K6$ -Wert, X_2 dem Dämpfungsmaß D , X_3 dem Reibbeiwert μ und X_4 dem Wärmeeindringkoeffizient b . Insgesamt ergeben sich durch systematische Variation 16 mögliche Kombinationen.

Tabelle 10: Einfluss auf die Modellgüte bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit der gemessenen Zielgröße $M_{pp, \max, k}^{\text{median}}(X_k)$

$M_{pp, \max}^{\text{median}}$	Prüfungen auf Heteroskedastie (< 0,05)			Keine Normalverteilung (>6)	Modellgüte		
	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,19	0,47	0,82	0,82	0,75	0,71	0,55
1000	0,07	0,50	0,48	1,10	0,77	0,73	0,50
0100	0,15	0,74	0,53	2,55	0,77	0,73	0,55
0010	0,05	0,03	0,00	2,39	0,53	0,43	0,17
0001	0,01	0,01	0,00	2,84	0,49	0,39	0,04
1100	0,19	0,60	0,69	3,14	0,80	0,74	0,49
1010	0,04	0,07	0,11	1,34	0,67	0,58	0,12
1001	0,01	0,02	0,00	43,96	0,60	0,50	0,01
0110	0,16	0,29	0,25	2,02	0,71	0,63	0,36
0101	0,08	0,12	0,02	44,10	0,64	0,55	0,09
0011	0,08	0,36	0,00	23,18	0,62	0,52	0,10
1110	0,10	0,14	0,35	2,23	0,69	0,61	0,22
1101	0,02	0,02	0,01	35,00	0,63	0,54	0,10
1011	0,01	0,06	0,01	14,82	0,62	0,52	0,21
0111	0,10	0,17	0,06	23,72	0,64	0,54	0,03
1111	0,02	0,04	0,06	16,22	0,64	0,54	0,20

In Tabelle 10 ist das Ergebnis der Beeinflussung der Modellgüte durch eine systematische Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit der gemessenen Zielgröße $\{M_{pp, \max, k}^{\text{median}}(X_k)\}$ dargestellt. Jede Zeile der Tabelle entspricht dabei einer separat durchgeführten Regressionsanalyse.

Die Überprüfung der Heteroskedastie erfolgt mittels der drei in Kapitel 5.3.3 beschriebenen Tests nach Breusch-Pagan, White und dem White-Test nach Wooldridge. Hierzu werden jeweils die dargestellten Signifikanzniveaus bestimmt. Liegen diese unter einem Wert von 0,05, besteht der Verdacht auf Heteroskedastie und damit der Verdacht, dass die Residuen der Regression nicht zufällig verteilt sind, sondern abhängig von einer oder mehreren Einflussgrößen Muster oder Strukturen aufweisen. Die Schätzung der Standardabweichung der Koeffizienten ist dann fehlerbehaftet und die darauf basierenden Signifikanzuntersuchungen verlieren ihre Zuverlässigkeit. Ebenfalls in Kapitel 5.3.3 wurde die Untersuchung der Normalverteilung der Residuen mittels des Jarque-Bera-Tests beschrieben. Liegt der berechnete Wert über 6 deutet der Test nicht mehr signifikant auf eine Normalverteilung der Residuen hin.

Nur die Kombinationen der Einflussgrößen ohne grau unterlegte Zellen in Tabelle 10 weisen keine Anhaltspunkte zur Heteroskedastie und normalverteilte Residuen auf. Innerhalb dieser Variationen, die frei von Heteroskedastie sind, wird die Kombination der Einflussgrößen bestimmt, die das maximale angepasste Bestimmtheitsmaß aufweist (schwarz unterlegte Zellen). Für den hier gezeigten Fall (1100) entspricht dies einem Eingangsvektor der Bremsbelageigenschaften $X = (1/K6, 1/D, \mu, b)^T$. Hiermit wird im Vergleich zum Ausgangsmodell in der ersten Zeile eine Steigerung des angepassten Bestimmtheitsmaßes um 3 % erreicht.

Tabelle 11: Einfluss auf die Modellgüte bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit der gemessenen Zielgröße $\hat{M}_{MAX,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$

$\hat{M}_{MAX}^{\text{median}}$	Prüfungen auf Heteroskedastie (< 0,05)			Keine Normalverteilung (>6)	Modellgüte		
	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,11	0,32	0,57	0,36	0,73	0,68	0,52
1000	0,13	0,33	0,56	0,48	0,73	0,68	0,43
0100	0,16	0,85	0,53	0,10	0,74	0,69	0,52
0010	0,02	0,04	0,00	3,75	0,47	0,36	0,09
0001	0,01	0,02	0,00	3,85	0,42	0,31	-0,18
1100	0,37	0,62	0,64	1,14	0,77	0,71	0,46
1010	0,02	0,11	0,07	0,68	0,63	0,53	0,04
1001	0,01	0,03	0,00	36,18	0,55	0,43	-0,13
0110	0,13	0,32	0,20	0,78	0,68	0,59	0,30
0101	0,08	0,15	0,02	37,02	0,60	0,50	-0,03
0011	0,06	0,30	0,01	19,83	0,57	0,46	-0,25
1110	0,12	0,20	0,31	1,38	0,66	0,57	0,13
1101	0,02	0,02	0,01	28,80	0,59	0,48	-0,26
1011	0,01	0,07	0,01	11,72	0,58	0,46	-0,38
0111	0,09	0,19	0,05	20,09	0,61	0,50	-0,15
1111	0,02	0,04	0,05	13,16	0,60	0,49	-0,37

Durch analoges Vorgehen wird für die Regression mit der gemessenen Zielgröße $\{\hat{M}_{MAX,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)\}$ Tabelle 11 generiert. Es wird deutlich, dass sowohl für die gemessene Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Bremsmomentschwankungen, als auch für die gemessene Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Bremsmomentamplitude im Ordnungsbereich der hinsichtlich des angepassten Bestimmtheitsmaßes optimierte Eingangsvektor zu $\mathbf{X} = (1/K6, 1/D, \mu, b)^T$ bestimmt wird. Auch hier wird im Vergleich zum Ausgangsmodell in der ersten Zeile eine Steigerung des angepassten Bestimmtheitsmaßes um 3 % erreicht.

Auch für die Regression mit der gemessenen Zielgröße des Medians der Zuwachsrates der Amplitude des Bremsmoments innerhalb der dominanten Ordnung im Ordnungsbereich $\{\alpha_{\hat{M},\text{dom},k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)\}$ und der gemessenen Zielgröße der Zuwachsrates der maximalen Bremsmomentschwankungen $\{\alpha_{M1,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)\}$ werden diese Variationen der reziprok verwendeten Eingangsgrößen durchgeführt (Siehe Anhang A.3.2).

Der hinsichtlich des angepassten Bestimmtheitsmaßes optimierte Eingangsvektor ergibt sich im Fall der gemessenen Zielgröße $\{\alpha_{\hat{M},\text{dom},k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)\}$ zu $\mathbf{X} = (K6, 1/D, \mu, b)^T$ und im Fall der gemessenen Zielgröße $\{\alpha_{M1,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)\}$ zu $\mathbf{X} = (1/K6, 1/D, 1/\mu, b)^T$. Für beide Zielgrößen steigt hierbei das angepasste Bestimmtheitsmaß um 1 %.

Entsprechend der in Kapitel 5.3.3 beschriebenen z-Transformation bzw. der Standardisierung werden zur Darstellung der standardisierten Regressionsgleichungen alle Variablen derart transformiert, sodass ihr Mittelwert gleich Null und ihre Varianz gleich Eins wird.

Die Regression für die standardisierte Zielgröße Y (bspw. $Z\{\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}\}$) mit den gemessenen Zielgrößen $\{Y_k(\mathbf{Z}_k)\}$ führt einen 14+1-elementigen Koeffizientenvektor \mathbf{C} für die vorgegebene Funktion aus dem Eingangsvektor $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4)^T$ mit standardisierten Elementen. Zur Identifikation der verwendeten Reziproke innerhalb des Eingangsvektors wird der Index e definiert. Dieser hat die Form der bereits bekannten Binärcodierung \mathbf{Z}_{ke} (beispielsweise $\mathbf{Z}_{k,1100}$). Damit wird über die grundlegende Funktion G der standardisierte Prognosewert $\check{Y}(\mathbf{Z}_e)$ in Formel (49) für die standardisierte Zielgröße Y bestimmt zu:

$$\check{Y}(\mathbf{Z}_e) = G(\mathbf{Z}_e, \mathbf{C}) = c_0 + \sum_{i=1}^4 c_i \cdot Z_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i}^4 c_{ij} \cdot Z_i \cdot Z_j \quad (49)$$

Tabelle 12: Standardisierte Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognose der standardisierten Zielgrößen des Bremsmomentes

Standardisierte Zielgröße	$Z\{\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}\}$	$Z\{\alpha_{M,\text{dom}}^{\text{median}}\}$	$Z\{M_{\text{pp,max}}^{\text{median}}\}$	$Z\{\alpha_{M1}^{\text{median}}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1100	0100	1100	1110
Breusch-Pagan-Test	0,37	0,20	0,19	0,16
White-Test	0,62	0,80	0,60	0,55
White-Test nach Wooldridge	0,64	0,74	0,69	0,64
Jarque-Bera-Test	1,14	4,95	3,14	4,16
$R^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$	0,77	0,74	0,80	0,79
$R_{\text{adj}}^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$	0,71	0,69	0,74	0,72
$R_{\text{pred}}^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$	0,46	0,52	0,49	0,49
C_1	1,97	0	2,08	2,31
C_2	2,37	4,62	2,33	2,15
C_3	-3,98	-4,54	-3,85	3,89
C_4	0	0	0	6,95
C_{11}	2,24	-1,23	2,10	1,69
C_{12}	0	0	0	0
C_{13}	0	0	0	0
C_{14}	0	0	0	0
C_{22}	-1,98	-1,77	-2,09	-1,96
C_{23}	5,46	6,20	5,18	-4,35
C_{24}	-2,04	0	-2,08	-2,16
C_{33}	-2,16	-1,80	-1,97	-1,65
C_{34}	0	0	0	0
C_{44}	-2,45	-2,79	-2,18	-2,44

Tabelle 12 zeigt die berechneten standardisierten Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognose der vier standardisierten Zielgrößen des Brems-

momentes. Innerhalb der zweiten Zeile werden mittels der bekannten Binärcodierung die reziprok verwendeten standardisierten Bremsbelageigenschaften des Eingangsvektors e aufgeführt.

Zur Veranschaulichung leiten wir aus der Tabelle im Folgenden die standardisierte Regressionsgleichung für die Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoments im Ordnungsbereich $Z\{\tilde{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}\}$ ab. Das standardisierte Regressionsmodell bestimmt sich zu:

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}(Z_{1100}) = & 1,97/Z_{K6} + 2,37/Z_D - 3,98Z_\mu \\ & + 2,24/(Z_{K6}Z_D) - 1,98Z_b/Z_D + 5,46Z_\mu Z_b \\ & - 2,04/(Z_{K6}^2) - 2,16/(Z_D^2) - 2,45Z_b^2\end{aligned}\quad (50)$$

Hierzu im Vergleich betrachten wir die standardisierte Regressionsgleichung ohne Anwendung der reziproken Anteile des Eingangsvektors mit $e = 0000$.

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}(Z_{0000}) = & -2,19Z_{K6} - 1,02Z_D - 3,59Z_\mu \\ & + 0,81Z_D Z_b + 4,81Z_\mu Z_b + 1,40Z_{K6}^2 - 2,89Z_b^2\end{aligned}\quad (51)$$

Erkennbar sind für beide Modellfunktionen die statistisch signifikante quadratische Abhängigkeit der Prognose des Medians der entstehenden maximalen Bremsmoment Amplituden im Ordnungsbereich von der Kompressibilität in Form des $K6$ -Wertes und dem Wärmeeindringkoeffizienten. Bei Verwendung der reziproken Eingangsgrößen Z_{1100} kommt jedoch noch die Abhängigkeit vom Kehrwert des quadrierten Dämpfungsmaßes hinzu. Für beide Modellfunktionen ist eine lineare Abhängigkeit von der Kompressibilität in Form des $K6$ -Wertes, der Dämpfung und dem Reibbeiwert erkennbar. Die Wechselwirkungsterme ändern sich.

Zur Verdeutlichung der Unterschiede des Modellverhaltens durch die Verwendung der reziproken Eingangsgrößen wird im Folgenden die jeweilige Modellfunktion visualisiert. Anzumerken hierbei ist, dass zur Visualisierung die nicht standardisierten Regressionsmodelle verwendet werden, um somit die Prognose in Form und Einheit der jeweiligen Zielgröße darstellen zu können. Abbildung 57 und Abbildung 58 zeigen die Visualisierung der beiden Modellfunktionen im Vergleich in Form eines 3D-Kennfeldes mit zwei doppelt belegten Achsen innerhalb der produzierten Grenzen der Einflussgrößen. Anschaulich ist hierbei die neu hinzu gekommene quadratische Abhängigkeit vom Dämpfungsmaß in Abbildung 58 zu erkennen.

Durch Verwendung der Kehrwerte von Kompressibilität und Dämpfungsmaß konnte die Modellgüte in Form des Bestimmtheitsmaßes R^2 um 5 % und das angepasste Bestimmtheitsmaß $R_{\text{adj.}}^2$ um 3 % erhöht werden (vgl. Tabelle 11). Die Modellgüte steigt und demzufolge vergrößert sich der Anteil der Varianz der Messwerte der durch die Modellfunktion beschrieben werden kann. Gleichzeitig bleiben die grundsätzlichen

Aussagen des Modells unverändert. Während das Auftreten von großen BTV mit geringer Kompressibilität und niedrigem Dämpfungsmaß korreliert, sind die Parameterkombinationen bei geringen BTV nicht isoliert zu benennen und werden durch Wechselwirkungsterme bestimmt. Bei niedrigen Werten des Reibungskoeffizienten steigen die resultierenden Amplituden des Bremsmoments mit abnehmendem Wärmeeindringkoeffizienten. Diese Korrelation dreht sich im Bereich der hohen Reibwerte.

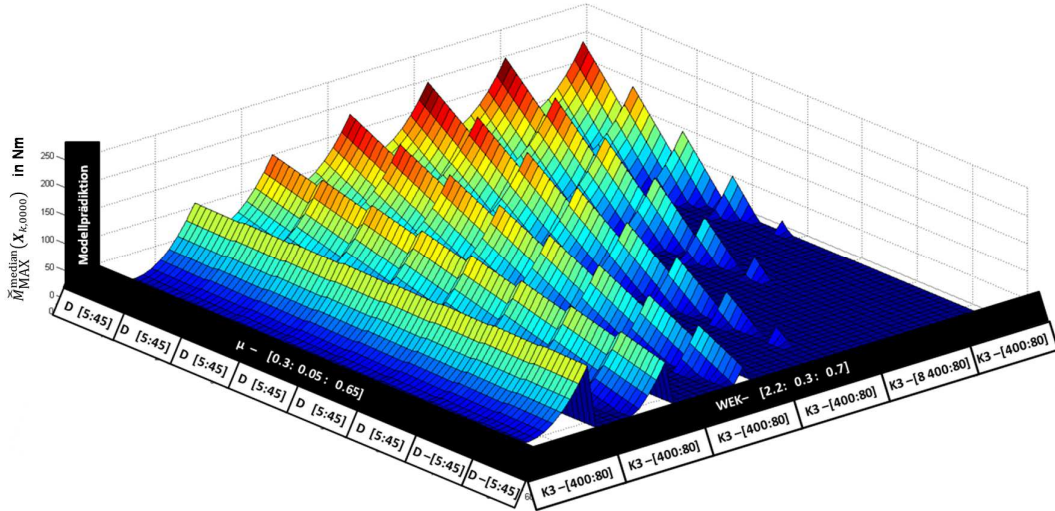


Abbildung 57: Modellvisualisierung des Vorhersagemodells für $\tilde{M}_{MAX}^{median}(X_{k,0000})$ mit direkter Verwendung der Einflussgrößen

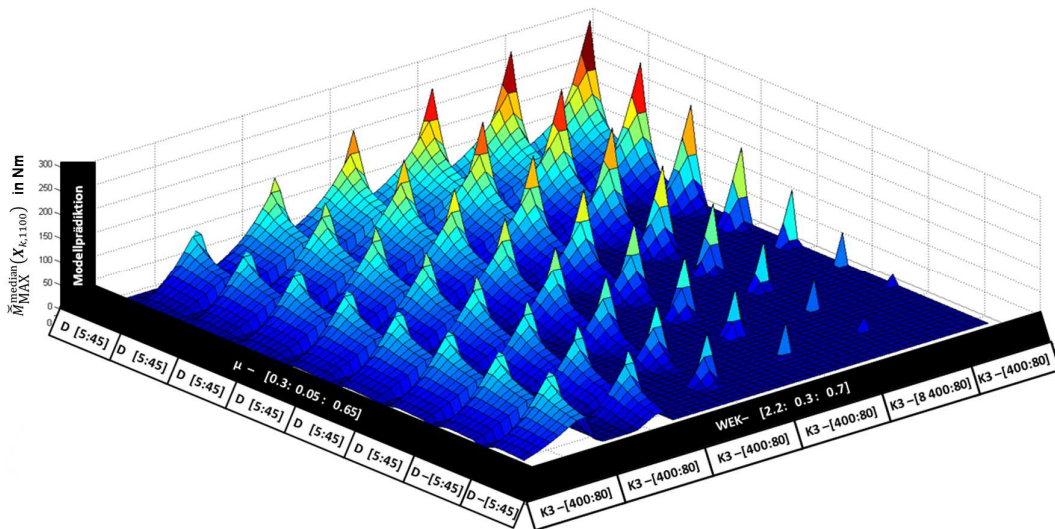


Abbildung 58: Modellvisualisierung des Vorhersagemodells für $\tilde{M}_{MAX}^{median}(X_{k,1100})$

Zusätzlich sagen die Modelle zumindest in Teilbereichen eine Korrelation von kleinen Medianen der maximal entstehenden Amplituden des Bremsmoments mit hohen Reib-

werten vorher. Dieser Zusammenhang entspricht nicht unmittelbar dem Erklärungsmodell von Heißrubbeln, da hierin bei bestehenden Bremsdruckschwankungen die resultierenden Bremsmomentschwankungen durch einen hohen Reibbeiwert verstärkt werden würden.

Im Folgenden wird ein Abgleich zwischen den standardisierten Koeffizienten der vier Vorhersagemodelle der in Tabelle 12 aufgeführten standardisierten Zielgrößen durchgeführt. Zunächst lässt sich festhalten, dass für die Zielgrößen $\mathcal{Z}\{\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}\}$ und $\mathcal{Z}\{M_{\text{pp, max}}^{\text{median}}\}$ die Analyse der reziprok zu verwendenden Eingangsgrößen zu derselben, hinsichtlich des angepassten Bestimmtheitsmaßes optimierten, Kombination e führen ($e = 1100$). Für die Zielgröße $\mathcal{Z}\{\alpha_{M1}^{\text{median}}\}$ ergibt sich die Kombination $e = 1110$ als optimal. Hierbei wird zusätzlich der Kehrwert des Reibwertes verwendet. Für die Zielgröße des Medians der Zuwachsrates der Amplitude des Bremsmoments innerhalb der dominanten Ordnung $\mathcal{Z}\{\alpha_{\hat{M}, \text{dom}}^{\text{median}}\}$ ergibt sich die Kombination $e = 0100$ als optimal. Hierbei wird im Vergleich zu den Amplituden bzw. Bremsmomentschwankungen nicht der Kehrwert des $K6$ -Wertes verwendet.

Der Vergleich der standardisierten Koeffizienten zeigt, dass für alle Zielgrößen fast die gleichen Koeffizienten existieren. Ausnahmen bestehen für die Zielgröße der Zuwachsrates $\mathcal{Z}\{\alpha_{M1}^{\text{median}}\}$ hinsichtlich des Koeffizienten C_4 und für die Zielgröße der Zuwachsrates im Ordnungsbereich $\mathcal{Z}\{\alpha_{\hat{M}, \text{dom}}^{\text{median}}\}$ hinsichtlich der Koeffizienten C_1 und C_{24} . Der Koeffizient C_4 als linearer Faktor des Wärmeeindringkoeffizienten ist nur für die Zielgröße der Zuwachsrates $\mathcal{Z}\{\alpha_{M1}^{\text{median}}\}$ statistisch signifikant. Die Koeffizienten C_1 und C_{24} als zum einen dem Faktor der Kompressibilität und zum anderen dem Faktor der quadrierten Kompressibilität in Form des $K6$ -Wertes sind für die Zielgröße $\mathcal{Z}\{\alpha_{\hat{M}, \text{dom}}^{\text{median}}\}$ nicht statistisch signifikant. Aufgrund der durchgeführten Modellauswahl, bei der nur statistisch signifikante Terme in der Modellgleichung verbleiben, beschreibt die hohe Übereinstimmung vorhandener Koeffizienten ein grundsätzlich von den gleichen Bremsbelageigenschaften abhängiges Verhalten der vier Zielgrößen, die das Bremsmoment beschreiben.

Der Vergleich des angepassten Bestimmtheitsmaßes $R_{\text{adj.}}^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$ innerhalb der Tabelle 12 zeigt Werte für die Zielgröße $\mathcal{Z}\{\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}\}$ von 71 %, für die Zielgröße $\mathcal{Z}\{M_{\text{pp, max}}^{\text{median}}\}$ von 74 %, für die Zielgröße $\mathcal{Z}\{\alpha_{M1}^{\text{median}}\}$ von 72 % und für die Zielgröße $\mathcal{Z}\{\alpha_{\hat{M}, \text{dom}}^{\text{median}}\}$ von 69 %. Für Werte zwischen 69 – 74 % des angepassten Bestimmtheitsmaßes spricht man hinsichtlich der Beschreibungsfähigkeit der Varianz der Messwerte von „mittleren“ Modellen (Definition der Beurteilung in „gut“, „mittel“, „schlecht“ in Anhang A.3.1).

Zur Verdeutlichung des abstrakten Wertes des Bestimmtheitsmaßes einer Modellfunktion betrachten wir in folgender Abbildung 59 beispielhaft den Abgleich zwischen der

Modellprädiktion $\tilde{M}_{pp, \max}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ und den Medianen der maximalen auftretenden Bremsmomentschwankungen $M_{pp, \max, k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ für alle Bremsbelagvarianten k aus den Messwerten. Es kommt bei einem Erklärungsgehalt von 74% zu relativ großen absoluten Fehlern wie beispielsweise beim ersten ECE-Cufrei-Bremsbelag, bei dem die Modellprädiktion um ca. 30 Nm zu gering ausfällt. Deutlich wird ebenfalls, dass Tendenzen wie beispielsweise um den mittleren ECE-Bremsbelag mit kleinem Wert auch deutlich innerhalb der Modellprädiktion erkennbar sind. Beide benachbarten Beläge werden der Realität entsprechend mit deutlich höheren Werten prädiziert.

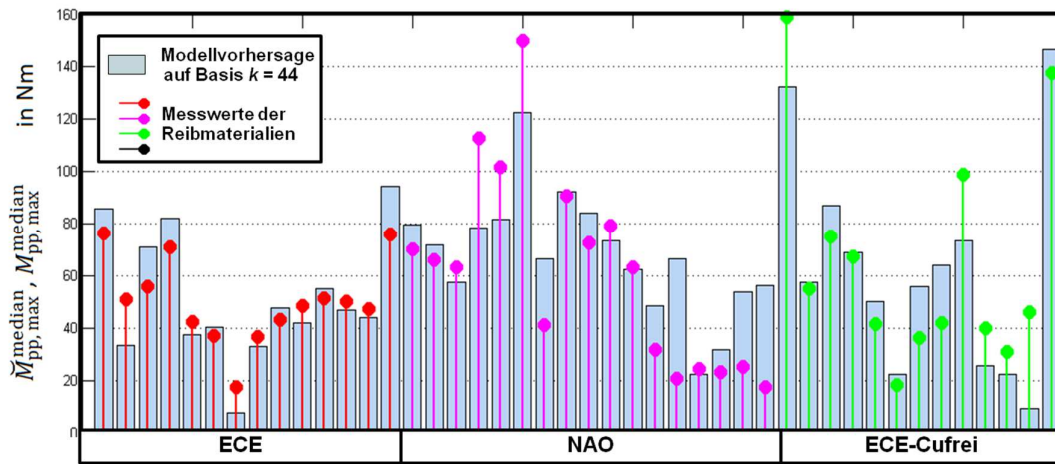


Abbildung 59: Abgleich des Vorhersagemodells $\tilde{M}_{pp, \max}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ mit den Messwerten $M_{pp, \max, k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ für alle $k = 44$ Bremsbeläge (mit $R^2_{\text{adj.}} = 74\%$)

Innerhalb von Tabelle 13 wurde die Korrelationsmatrix zwischen den Zielgrößen der Bremsmomentschwankungen berechnet. Es zeigt sich eine sehr starke Korrelation mit Koeffizienten von $> 0,92$, die sich auch in den sich ähnelnden Regressionsmodellen widerspiegelt.

Tabelle 13: Korrelationskoeffizientenmatrix der Zielgrößen der Bremsmomentschwankungen

	$\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}$	$\alpha_{M, \text{dom}}^{\text{median}}$	$M_{pp, \max}^{\text{median}}$	$\alpha_{M1}^{\text{median}}$
$\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}$	1	0,938	0,978	0,927
$\alpha_{M, \text{dom}}^{\text{median}}$	0,939	1	0,938	0,954
$M_{pp, \max}^{\text{median}}$	0,978	0,938	1	0,958
$\alpha_{M1}^{\text{median}}$	0,927	0,954	0,958	1

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass durch Variation der mathematischen Beschreibung der Einflussgrößen in Form der Reziproke festgestellt werden konnte, dass eine Variation der Kehrwerte eine hohe Sensibilität auf das Ergebnis zeigt.

Zwischen 74 - 80% der Varianz der Mediane von den maximalen Bremsmomentschwankungen, den maximalen Amplituden im Ordnungsbereich und deren Zuwachsraten pro Umdrehung können mittels der bestimmten vier Regressionsmodelle erklärt werden. Durch Verbleib aller Einflussgrößen in den Regressionsmodellen konnte nachgewiesen werden, dass alle vier Bremsbelageigenschaften einen statistisch signifikanten Einfluss auf die entstehenden Bremsmomentschwankungen ausüben.

7.3.2 Einfluss auf die Bremsscheibenverformung

Die Bremsscheibendeformationen umfassen die Bremsscheibendickenschwankungen sowie die Verwellung der Bremsscheibe. Zunächst wird der direkte Zusammenhang der Bremsbelageigenschaften auf diese beiden Deformationen analysiert. Abschließend erfolgt eine Untersuchung, ob ein Zusammenhang zwischen den Bremsbelageigenschaften und dem Faktor der Umsetzung einer Anregung durch eine Bremsscheibendeformation in Bremsmomentschwankungen besteht.

Bremsscheibendickenschwankung

Die vier Zielgrößen zur Analyse des Einflusses der Bremsbelageigenschaften auf die Bremsscheibendickenschwankung umfassen:

- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Brems-scheibendickenschwankungen im Zeitbereich $DTV_{pp,max}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Bremsscheibendickenschwankungen im Zeitbereich α_{DTV1}^{median}
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Amplituden der Bremsscheibendickenschwankungen im Ordnungsbereich $\widehat{DTV}_{MAX}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Amplituden der Bremsscheibendickenschwankungen innerhalb der dominanten Ordnung im Ordnungsbereich $\alpha_{DTV,dom}^{median}$

Analog zum Vorgehen bei der Untersuchung der Bremsmomentschwankungen werden für die jeweiligen Zielgrößen die Variationen der reziproken Eingangsgrößen gebildet und das Optimum hinsichtlich des jeweiligen angepassten Bestimmtheitsmaßes bestimmt. Für die Tabellen des Einflusses auf die Modellgüte und die Bestimmung des Optimums sei auf Anhang A.3.2 Tabelle 21 verwiesen. Aus dieser Untersuchung lassen sich die in Tabelle 14 dargestellten standardisierten Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognose der standardisierten Zielgrößen der Bremsscheibendickenschwankungen bestimmen. Es wird deutlich, dass sowohl für beide Zielgrößen

ßen der Zuwachsraten $Z\{\alpha_{DTV_{M,dom}}^{\text{median}}\}$ und $Z\{\alpha_{DTV1}^{\text{median}}\}$ als auch für die Zielgröße der maximal auftretenden Bremsscheibendickenschwankungen $Z\{DTV_{pp,max}^{\text{median}}\}$ die Voraussetzungen der Regressionsanalyse nicht erfüllt werden können. Auch bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke wird für keine der Kombinationen der Jarque-Bera-Test mit Werten unter 6 bestanden.

Tabelle 14: Standardisierte Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognose der standardisierten Zielgrößen der Bremsscheibendickenschwankungen

Standardisierte Zielgröße	$Z\{\widehat{DTV}_{MAX}^{\text{median}}\}$	$Z\{\alpha_{DTV_{M,dom}}^{\text{median}}\}$	$Z\{DTV_{pp,max}^{\text{median}}\}$	$Z\{\alpha_{DTV1}^{\text{median}}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1010	0000	0011	1100
Breusch-Pagan	0,36	0,14	0,71	0,40
White	0,33	0,53	0,42	0,86
White nach Wooldridge	0,17	0,00	0,25	0,60
Jarque-Bera-Test	2,35	-	-	-
$R^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,68			
$R_{adj}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,62			
$R_{pred}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,55			
C_1	0,74	-	-	-
C_2	-1,18	-	-	-
C_3	0	-	-	-
C_4	4,40	-	-	-
C_{11}	0	-	-	-
C_{12}	0	-	-	-
C_{13}	0	-	-	-
C_{14}	0	-	-	-
C_{22}	1,09	-	-	-
C_{23}	-2,77	-	-	-
C_{24}	0	-	-	-
C_{33}	0	-	-	-
C_{34}	2,59	-	-	-
C_{44}	-2,27	-	-	-

Die Residuen der Regression sind demnach nicht normal verteilt. Da entsprechend der Beschreibung in Kapitel 5.3.3 die Hypothesentests zur Bestimmung der statistisch signifikanten Einflussgrößen jedoch auf der Annahme basieren, dass die Störgrößen des wahren Zusammenhangs zwischen unabhängigen und abhängiger Variable normalverteilt sind, sind für diese drei Zielgrößen die Regressionsanalysen nicht durchführbar bzw. deren Ergebnisse nicht belastbar. Die Zuwachsraten sind daher nicht geeignet, die Entwicklung der Bremsscheibendicke in Abhängigkeit der Bremsbelageigenschaften mittels der Regressionsanalyse zu untersuchen.

Für die Zielgröße der maximal auftretenden Amplituden der Bremsscheibendickenschwankung im Ordnungsbereich $Z\{\overline{DTV}_{MAX}^{median}\}$ wurden alle statistischen Tests bestanden. Die hinsichtlich des angepassten Bestimmtheitsmaß optimale Kombination der als reziprok verwendeten Eingangsgrößen ergibt sich zu $e = 1010$. Sowohl die Kompressibilität in Form des K6-Wertes, als auch der Reibbeiwert gehen als Kehrwert in die Regression ein.

Aus Tabelle 14 leiten wir im Folgenden die standardisierte Regressionsgleichung für die Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude der Dickenschwankung im Ordnungsbereich $Z\{\overline{DTV}_{MAX}^{median}\}$ ab. Das standardisierte Regressionsmodell bestimmt sich zu:

$$\begin{aligned} \overline{DTV}_{MAX}^{median}(Z_{1010}) = & 0,74/Z_{K6} - 1,18Z_D + 4,40Z_b \\ & + 1,09Z_D Z_b - 2,77 Z_b/Z_\mu \\ & + 2,59/(Z_\mu^2) - 2,27Z_b^2 \end{aligned} \quad (52)$$

Hinsichtlich der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß R^2 , ein korrigiertes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2 und ein Vorhersage-Bestimmtheitsmaß R_{pred}^2 berechnet von jeweils:

$$R^2 = 0,68 \quad R_{adj}^2 = 0,62 \quad R_{pred}^2 = 0,55 \quad (53)$$

Die Modellgüte ergibt sich im Vergleich zur Modellgüte des Vorhersagemodells der der Amplituden des Bremsmoments um ca. 9 % geringer (77 % vs. 68 %).

Die Modellfunktion $\overline{DTV}_{MAX}^{median}(Z_{1010})$ zeigt zusätzlich zu den Abweichungen hinsichtlich der reziprok verwendeten Eingangsgrößen im Vergleich zur Modellfunktion der maximalen Amplituden des Bremsmoments $\check{M}_{MAX}^{median}(Z_{1100})$ noch eine lineare Abhängigkeit vom Wärmeeindringkoeffizienten anstatt der linearen Abhängigkeit vom Reibbeiwert.

Abbildung 60 verdeutlicht die Zusammenhänge durch die Visualisierung der Modellfunktion als 3D-Kennfeld mit doppelt belegten Achsen. Hohe generierte Amplituden der DTV korrelieren zum einen im Bereich der niedrigen Reibwerte mit der Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten, sowie zum anderen generell mit der Abnahme der Kompressibilität. Eine Erhöhung der Dämpfungskonstante oder des Reibwertes wirkt sich in Abhängigkeit des betrachteten Quadranten unterschiedlich aus.

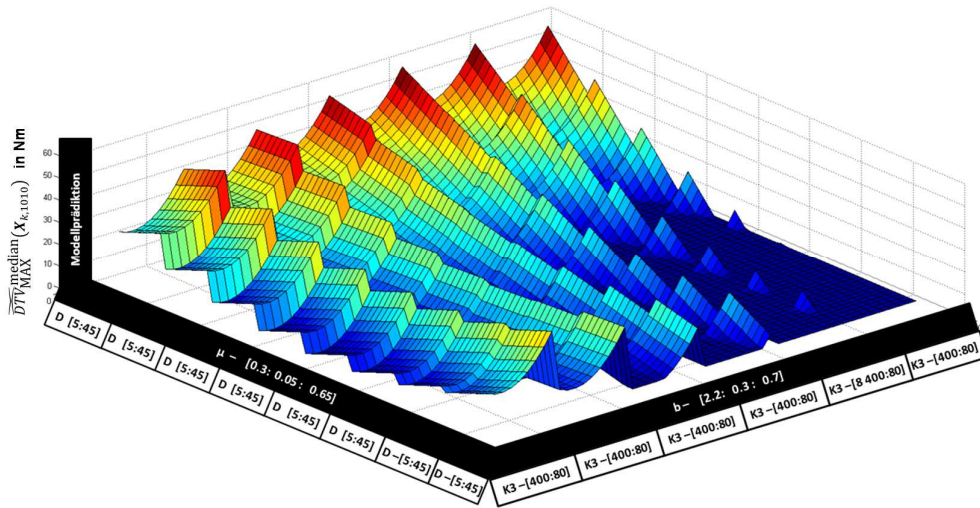


Abbildung 60: Visualisierung des Vorhersagemodells für die maximal auftretenden DTV Amplituden im Ordnungsbereich

Verwellung

Die vier Zielgrößen zur Analyse des Einflusses der Bremsbelageigenschaften auf die Verwellung umfassen:

- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretende Verwellung im Zeitbereich $v_{pp,max}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Verwellung im Zeitbereich α_{v1}^{median}
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Amplituden der Verwellung im Ordnungsbereich \hat{v}_{MAX}^{median}
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Amplituden der Verwellung innerhalb der dominanten Ordnung im Ordnungsbereich $\alpha_{\hat{v},dom}^{median}$

Auch hier werden analog zum Vorgehen bei der Untersuchung der Bremsmoment-schwankungen für die jeweiligen Zielgrößen die Variationen der reziproken Eingangsgrößen gebildet. Für die Tabellen des Einflusses auf die Modellgüte und die Bestimmung des Optimums sei auf A.3.2 Tabelle 22 verwiesen.

Tabelle 15 zeigt die standardisierten Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognose der standardisierten Zielgrößen der Verwellung. Es wird deutlich, dass für die Zielgröße der Zuwachsraten $\mathcal{Z}\{\alpha_{\hat{v},dom}^{median}\}$ wiederum die Voraussetzung der Regression nicht erfüllt ist. Auch hier findet sich keine Kombination der rezi-

prok variierten Eingangsgrößen, bei der die Residuen eine Normalverteilung aufweisen. Der Jarque-Bera-Test liefert keine Werte < 6 .

Tabelle 15: Standardisierte Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognosewerte \check{Y} der standardisierten Zielgrößen der Verwellung

Standardisierte Zielgröße	$Z\{\hat{v}_{MAX}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{\hat{v}, dom}^{median}\}$	$Z\{v_{pp, max}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{v1}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1011	1101	0010	0010
Breusch-Pagan	0,12	0,80	0,46	0,47
White	0,51	0,96	0,23	0,55
White nach Wooldridge	0,06	0,61	0,84	0,94
Jarque-Bera-Test	2,72	10,50	0,38	0,44
$R^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,47	-	0,68	0,53
$R_{adj}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,42	-	0,63	0,46
$R_{pred}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,31	-	0,54	0,33
C_1	0	-	-2,55	-2,50
C_2	0,41	-	-1,06	0
C_3	0,52	-	0	0,41
C_4	0	-	0	0
C_{11}	0	-	0	-0,63
C_{12}	0	-	0	0
C_{13}	0	-	0	0
C_{14}	0	-	0	0
C_{22}	-0,51	-	1,13	0,64
C_{23}	0	-	0,67	0
C_{24}	0,49	-	1,99	2,29
C_{33}	0	-	0	0
C_{34}	0	-	0	0
C_{44}	0	-	-0,81	0

Aus der Tabelle leiten wir im Folgenden die standardisierte Regressionsgleichung für die Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Verwellung $Z\{v_{pp, max}^{median}\}$ ab. Das standardisierte Regressionsmodell bestimmt sich zu:

$$\begin{aligned} \check{v}_{pp, max}^{median}(Z_{0010}) = & -2,55Z_{K6} - 1,06Z_D \\ & + 1,13Z_D Z_b + 0,67 Z_b / Z_\mu \\ & + 1,99 Z_{K6}^2 - 0,81Z_b^2 \end{aligned} \quad (54)$$

Die standardisierte Regressionsgleichung der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude der Verwellung im Ordnungsbereich $Z\{\hat{v}_{MAX}^{median}\}$ ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \check{v}_{MAX}^{median}(Z_{1011}) = & 0,41Z_D + 0,52/Z_\mu \\ & - 0,51 Z_D / Z_b \\ & + 0,49 / Z_{K6}^2 \end{aligned} \quad (55)$$

Die Modellgüte hinsichtlich des Medians der maximal auftretenden Amplitude der Verwerrung im Ordnungsbereich verschlechtert sich gegenüber der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude der Dickenschwankungen um 18 % bzw. 12 % hinsichtlich des angepassten Bestimmtheitsmaßes. Abbildung 61 vergleicht die beiden Vorhersagemodelle durch deren Visualisierung.

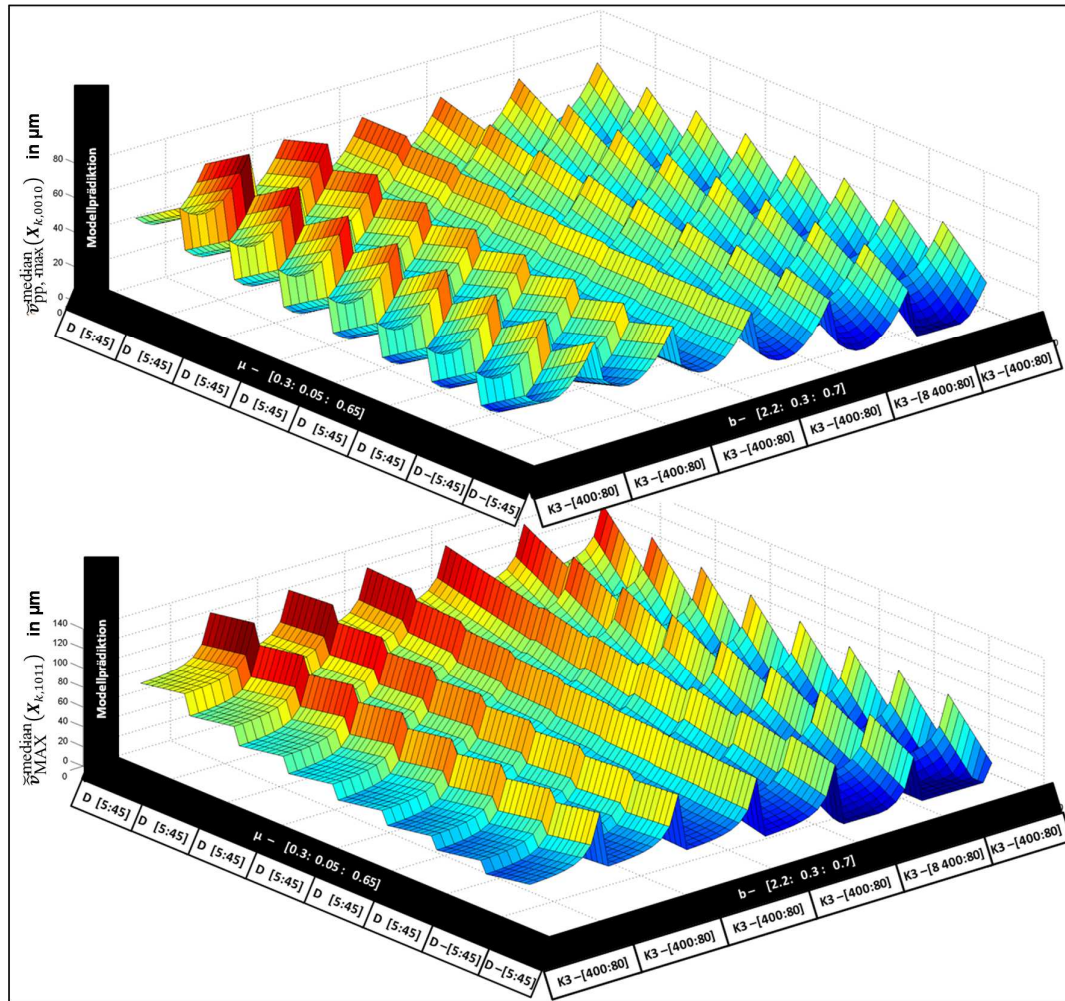


Abbildung 61: Vergleich der Vorhersagemodelle für die maximal auftretenden Amplituden der Verwerrung im Ordnungsbereich $\tilde{v}_{\text{MAX}}^{\text{median}}(X_{k,1011})$ (unten) und der maximal auftretenden Verwerrung $\tilde{v}_{pp, \max}^{\text{median}}(X_{k,0010})$ (oben)

Abbildung 61 verdeutlicht ein grundsätzlich sehr ähnliches Verhalten der Vorhersagemodelle. Es wird jedoch deutlich, dass eine Erhöhung der Dämpfungskonstante sich in Abhängigkeit des betrachteten Modells unterschiedlich auswirkt. Für hohe Werte des Wärmeeindringkoeffizienten korreliert der Median der maximal auftretenden Verwerrung mit hohen Werten des Dämpfungsmaßes. Diese Abhängigkeit besteht für den Median der maximalen Amplituden der Verwerrung im Ordnungsbereich nicht. Hier

bleibt der Median der resultierenden Amplitude der Verwellung bei Erhöhung des Dämpfungsmaßes annähernd konstant.

Umsetzung einer Bremsscheibendeformation in Momentschwankungen

Der Verstärkungsfaktor der Umsetzung einer Bremsscheibendeformation in Bremsmomentschwankungen wurde in Abbildung 56 bereits dargestellt. Eine offene Fragestellung hierbei ist, ob der Faktor statistisch signifikant mit den Bremsbelageigenschaften zusammenhängt. Daher wird im Folgenden der Quotient aus dem Median der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoments \hat{M}_{MAX}^{median} über den Median der maximal auftretenden Amplitude der Verwellung \hat{v}_{MAX}^{median} für jeden der $k = 44$ Bremsbeläge gebildet. Zusätzlich wird der Quotient aus dem Median der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoments \hat{M}_{MAX}^{median} durch den Median der maximal auftretenden Amplitude der Bremsscheibendickenschwankung $\widehat{DTV}_{MAX}^{median}$ gebildet. Beide dienen als Zielgrößen von zwei Regressionsanalysen.

Für die Zielgröße des Quotienten aus den Medianen der maximal auftretenden Amplituden von Bremsmoment und Verwellung ergibt sich die standardisierte Modellgleichung zu:

$$\begin{aligned} \check{Y} \left\{ \frac{\hat{M}_{MAX}^{median}}{\hat{v}_{MAX}^{median}} \right\} (Z_{0100}) = & 5,23/Z_D - 5,28 \cdot Z_b \\ & - 1,53Z_{K6}/Z_D - 1,44Z_{K6}Z_\mu + 1,65Z_{K6}Z_b \\ & - 1,75Z_b/Z_D + 8,94Z_bZ_\mu \\ & - 2,2/(Z_D^2) - 5,3Z_\mu^2 \end{aligned} \quad (56)$$

Hinsichtlich der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß R^2 , ein korrigiertes Bestimmtheitsmaß $R^2_{adj.}$ und ein Vorhersage-Bestimmtheitsmaß $R^2_{pred.}$ bestimmt von jeweils:

$$R^2 = 0,50 \quad R^2_{adj.} = 0,37 \quad R^2_{pred.} = 0,17 \quad (57)$$

Auch für diesen Zusammenhang wird wiederum die Modellgleichung in

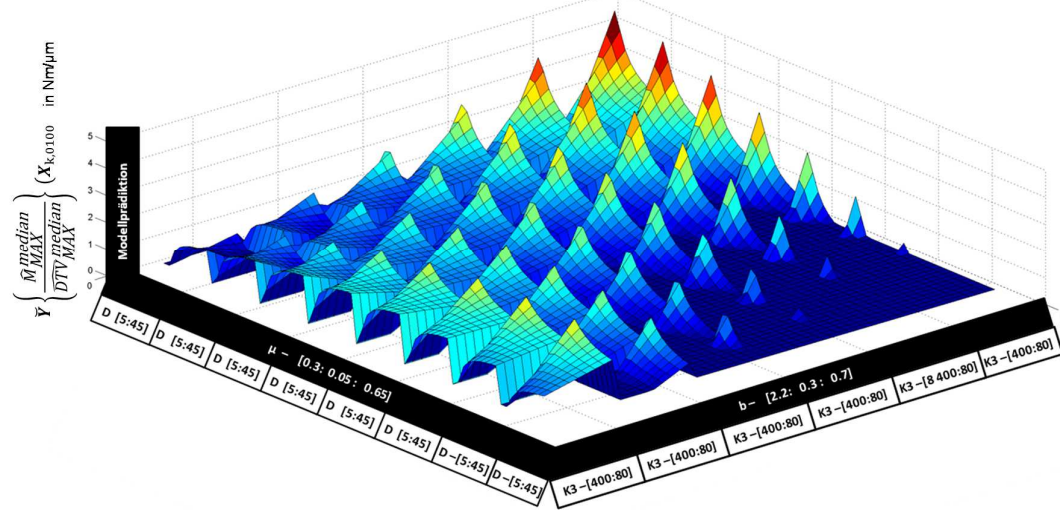


Abbildung 62 visualisiert.

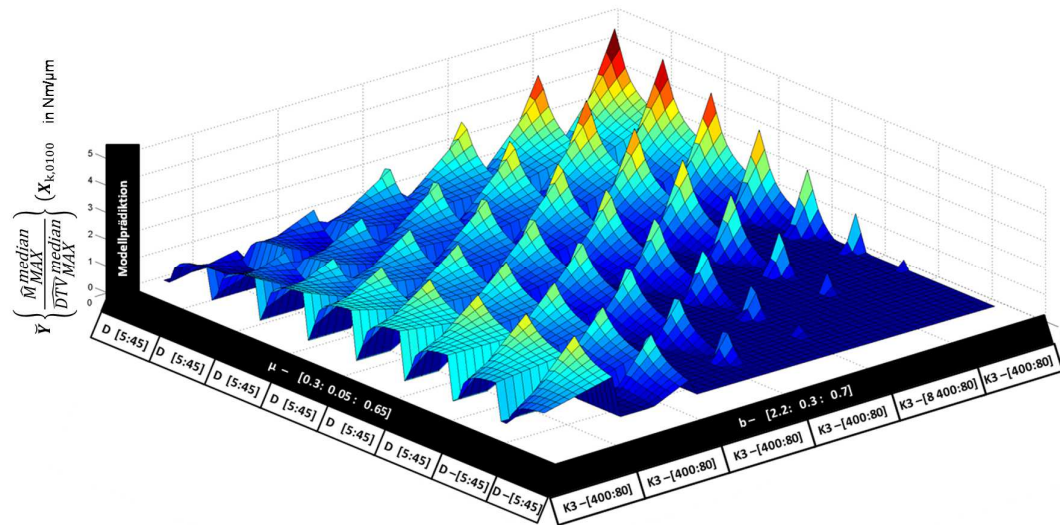


Abbildung 62: Visualisierung des Vorhersagemodells für den Quotienten aus den Medianen der maximalen Amplitude des Bremsmoment \hat{M}_{MAX}^{median} und der maximalen Amplitude der Verwellung \hat{v}_{MAX}^{median}

Die Regressionsanalyse hat trotz der geringen erreichten Modellgüte von 50% alle statistischen Tests bestanden und macht somit die Aussage, dass ein statistisch signifikanter Zusammenhang zwischen den Bremsbelageigenschaften und der aus einer Verwellung entstehenden Bremsmomentschwankung besteht. Für die Modellgleichung korreliert ein hoher Verstärkungsfaktor mit einer niedrigen Dämpfungskonstanten, niedrigen Kompressibilität und geringem Wärmeindringkoeffizienten.

Für die Zielgröße des Quotienten aus den Medianen der maximal auftretenden Amplituden von Bremsmoment und Brems Scheibendickenschwankung im Ordnungsbereich ergibt sich die standardisierte Modellgleichung zu:

$$\begin{aligned} \tilde{Y} \left\{ \frac{\hat{M}_{MAX}^{median}}{\hat{DTV}_{MAX}^{median}} \right\} (Z_{1000}) = & 3,56/Z_{K6} - 4,06 \cdot Z_b \\ & - 1,32Z_D/Z_{K6} + 1,57Z_\mu/Z_{K6} - 2,48Z_b/Z_\mu \\ & + 1,16Z_\mu Z_D + 9,43Z_b Z_\mu \\ & - 1,97/(Z_{K6}^2) - 7,72Z_\mu^2 \end{aligned} \quad (58)$$

Hinsichtlich der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß R^2 , ein korrigiertes Bestimmtheitsmaß $R^2_{adj.}$ und ein Vorhersage-Bestimmtheitsmaß $R^2_{pred.}$ bestimmt von jeweils:

$$R^2 = 0,55 \quad R^2_{adj.} = 0,43 \quad R^2_{pred.} = 0,15 \quad (59)$$

Auch für diesen Zusammenhang wird die Modellgleichung in

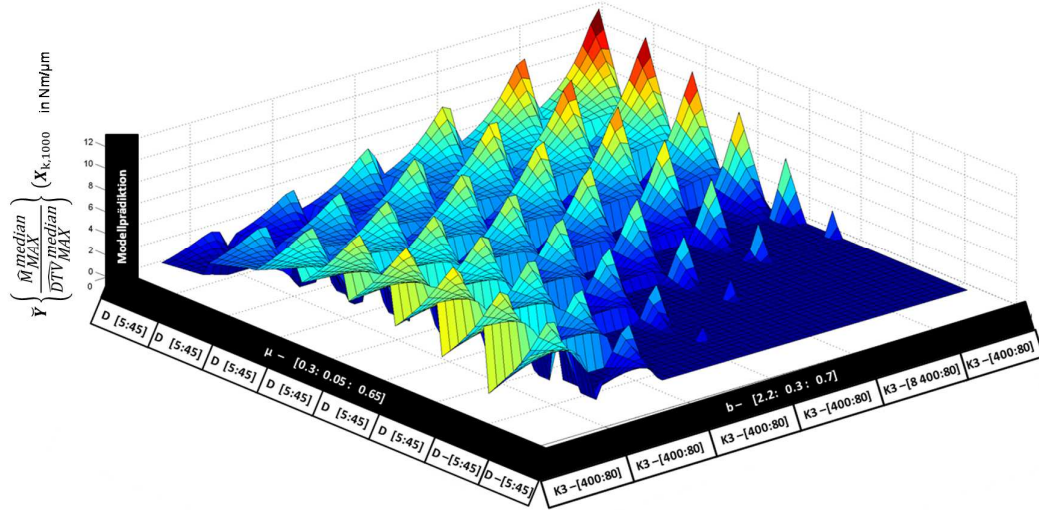


Abbildung 63 visualisiert.

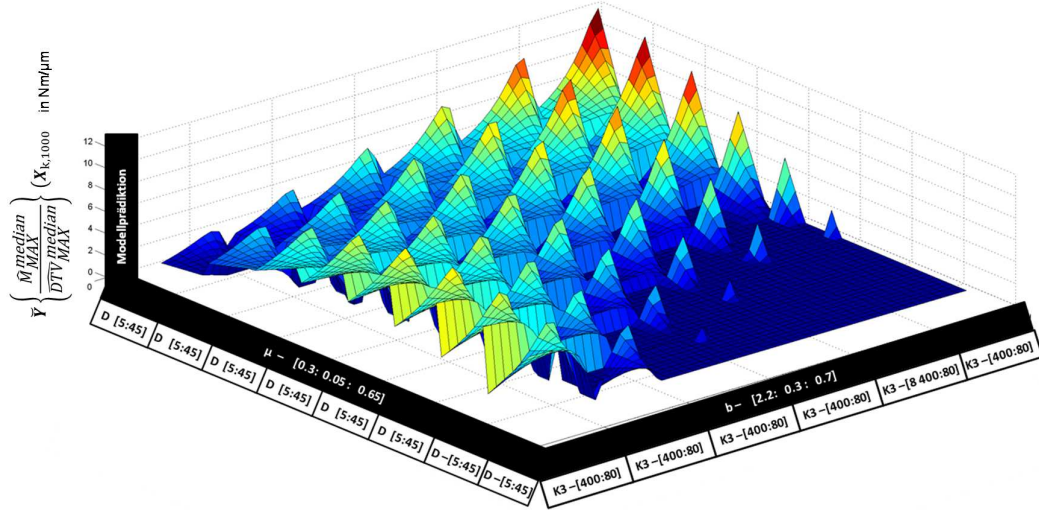


Abbildung 63: Modellvisualisierung des Vorhersagemodells für den Quotienten aus den Medianen der maximalen Amplitude des Bremsmoments \hat{M}_{MAX}^{median} und der Bremsscheibendickenschwankung $\widehat{DTV}_{MAX}^{median}$

Für den Verstärkungsfaktor der aus DTV resultierenden BTV-Amplituden hat die Regressionsanalyse trotz der geringen erreichten Modellgüte von 55% alle statistischen Tests bestanden und macht somit auch die Aussage, dass ein statistisch signifikanter Zusammenhang zwischen den Bremsbelageigenschaften und der aus einer Bremsscheibendickenschwankung entstehenden Bremsmomentschwankung besteht. Für die Modellgleichung korreliert ein hoher Verstärkungsfaktor mit einer niedrigen Kompressibilität, einem niedrigen Reibbeiwert, kleinen Dämpfungen und geringem Wärmeindringkoeffizienten. Auffallend hierbei sind die hohen Werte bis zu einem Verstärkungsfaktor von 12 Nm/μm im Vergleich zum maximal vorhergesagten Verstärkungsfaktor von 5 Nm/μm der aus Verwellung resultierenden Amplituden des Bremsmoments. Auch innerhalb der Vorhersagemodelle ist eine deutlich höhere Sensibilität des Bremssystems auf Bremsscheibendickenschwankungen ersichtlich.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die entstehenden Deformationen der Bremsscheibe im Vergleich zu den entstehenden Bremsmomentschwankungen weniger stark ausgeprägt (vgl. Bestimmtheitsmaße) mit den untersuchten Bremsbelageigenschaften korrelieren.

Nichtdestotrotz wurde für jede Deformation ein statistisch signifikanter Zusammenhang mit den Bremsbelageigenschaften nachgewiesen. Die empirisch ermittelten Erkenntnisse aus der Untersuchung des Zusammenhangs der Bremsbelageigenschaften mit der Umsetzung einer Deformation in eine Bremsmomentschwankung umfassen die Korrelation zwischen einem hohen Verstärkungsfaktor mit einer Abnahme der Dämpfungskonstanten und der Kompressibilität. Eine Verringerung des Wärmeindringkoeffizienten korreliert anhand der empirischen Ergebnisse ebenfalls mit hohen Verstärkungs-

faktoren. Eine potentielle Erklärung hierfür ist, dass durch den geringen Wärmeeindringkoeffizienten das Reibmaterial bei einer niedrigeren Temperatur arbeitet und somit dessen Steifigkeit höher bleibt. Einzig die Korrelation im Bereich mittlerer bis niedriger Wärmeeindringkoeffizienten zwischen einer Abnahme des Reibbeiwerts und hohen Verstärkungsfaktoren ist nicht schlüssig begründbar, denn das Erklärungsmodell würde davon ausgehen, dass bei einem hohen Reibbeiwert bei einer Anregung durch eine Bremsscheibendeformation auch höhere Bremsmomentschwankungen entstehen würden. Innerhalb der Vorhersagemodelle der Verstärkungsfaktoren werden in den Bereichen hoher Wärmeeindringkoeffizienten eine besser zur Wirkungskette passende Korrelation zwischen hohem Reibbeiwert und hohem Verstärkungsfaktor erreicht.

7.3.3 Einfluss auf die Temperaturverteilung

Analog zum Vorgehen bei den Bremsscheibendeformationen und den Bremsmomentschwankungen wird in diesem Kapitel die Regressionsanalyse zwischen den Zielgrößen der Temperaturverteilung auf dem Reibring in Umfangsrichtung und den Bremsbelageigenschaften durchgeführt.

Die vier Zielgrößen zur Analyse des Einflusses der Bremsbelageigenschaften auf die Temperaturverteilung auf dem Reibring umfassen:

- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Schwankungen der Temperatur in Umfangsrichtung im Zeitbereich $T_{FS/KS,pp,max}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Temperaturschwankung im Zeitbereich $\alpha_{FS/KS,T1}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen maximal auftretenden Temperaturamplitude im Ordnungsbereich $\hat{T}_{FS/KS,MAX}^{median}$
- Median aus 30 während der Schleppbremsungen auftretenden Zuwachsraten der Temperaturamplitude innerhalb der dominanten Ordnung im Ordnungsbereich $\alpha_{\hat{T}_{FS/KS,dom}}^{median}$

Anzumerken hierbei ist, dass innerhalb dieses Kapitels nur die Temperaturverteilung in Umfangsrichtung auf dem Reibring der Faustseite untersucht wird. Für die Tabelle der standardisierten Koeffizienten der Regressionsgleichungen der Kolbenseite sei auf Anhang A.3.3 Tabelle 24 verwiesen.

Tabelle 16: Standardisierte Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognosewerte der standardisierten Zielgrößen der Temperaturverteilung auf dem faustseitigen Reibring

Standardisierte Zielgröße	$Z\{\hat{T}_{FS,MAX}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{T,FS,dom}^{median}\}$	$Z\{T_{FS,pp,max}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{T,FS1}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	0001	0110	1110	1010
Breusch-Pagan	0,11	0,345	0,17	0,167
White	0,10	0,560	0,35	0,369
White nach Wooldridge	0,14	0,087	0,17	0,073
Jarque-Bera-Test	0,59	4,31	1,76	2,16
$R^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,73	0,64	0,70	0,69
$R_{adj.}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,69	0,59	0,67	0,64
$R_{pred.}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,64	0,53	0,62	0,58
C_1	-2,04	-0,67	0,00	0,00
C_2	0,00	0,00	-0,93	-0,88
C_3	-3,14	-2,17	0,00	0,00
C_4	0,00	2,17	1,73	1,65
C_{11}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{12}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{13}	-0,37	0,00	1,00	1,07
C_{14}	0,00	0,00	0,97	0,00
C_{22}	0,00	0,00	0,00	1,02
C_{23}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{24}	1,67	0,00	0,00	0,00
C_{33}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{34}	2,65	2,75	0,00	0,38
C_{44}	0,00	-2,11	-2,02	-2,36

Die standardisierte Regressionsgleichung der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude der Temperaturverteilung auf dem faustseitigen Reibring im Ordnungsbereich $Z\{\hat{T}_{FS,MAX}^{median}\}$ ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \check{T}_{FS,MAX}^{median}(Z_{0001}) = & -2,04Z_{K6} - 3,14Z_{\mu} - 0,37Z_{K6}/Z_b \\ & + 1,67Z_{K6}^2 + 2,65Z_{\mu}^2 \end{aligned} \quad (60)$$

Hinsichtlich der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß R^2 , ein korrigiertes Bestimmtheitsmaß $R_{adj.}^2$ und ein Vorhersage-Bestimmtheitsmaß $R_{pred.}^2$ bestimmt von jeweils:

$$R^2 = 0,73 \quad R_{adj.}^2 = 0,69 \quad R_{pred.}^2 = 0,64 \quad (61)$$

Die erreichte Modellgüte von 73% ist nur 4% geringer als die Modellgüte des Bremsmomentamplitudenvorhersagemodells, wobei die Modellgleichung für die Temperatur mit weniger Termen auskommt. Auch für diesen Zusammenhang wird wiederum die Modellgleichung in Abbildung 64 visualisiert.

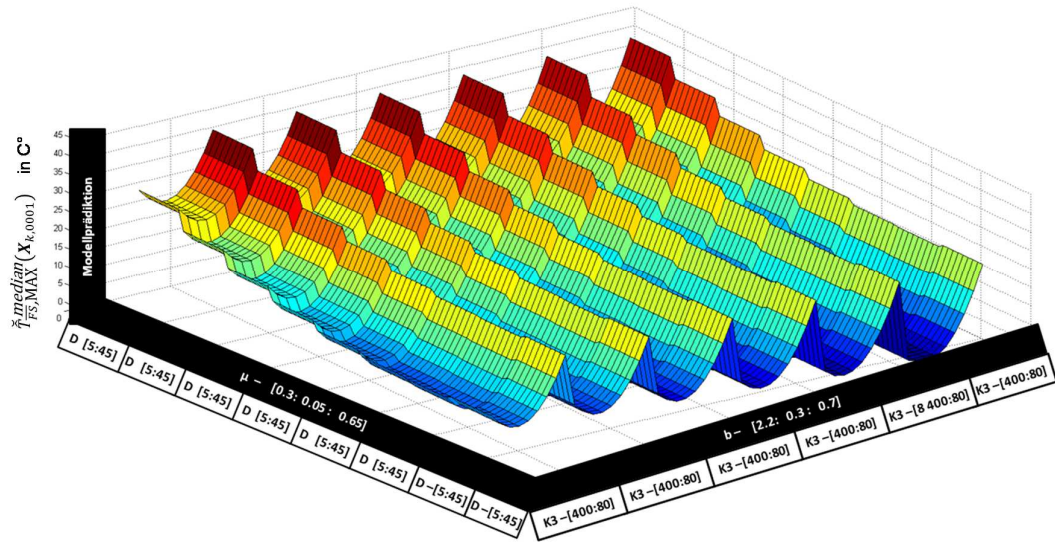


Abbildung 64: Modellvisualisierung des Vorhersagemodells für den Median der in Umfangrichtung entstehenden Temperaturamplituden auf dem Reibring $\hat{T}_{FS,MAX}^{median}(X_{k,0001})$

Eine hohe Amplitude der Temperatur in Umfangsrichtung korreliert nach der Modellgleichung deutlich mit einer niedrigen Kompressibilität. Die Dämpfungskonstante liefert keinen statisch signifikanten Beitrag. Der Einfluss des Wärmeeindringkoeffizienten ist optisch im Vorhersagemodell nur durch eine leichte Verschiebung der in den einzelnen Abschnitten minimal erreichten Temperaturamplituden erkennbar.

7.3.4 Einfluss auf die Bremsdruckschwankungen

Innerhalb der Untersuchung des Einflusses der Bremsbelageigenschaften auf die definierten Zielgrößen fehlt abschließend noch die Betrachtung der Bremsdruckschwankungen. Abbildung 65 zeigt den Boxplot über den 30 Schleppbremsungen am Schwungmassenprüfstand für die maximalen auftretenden Bremsdruckschwankungen.

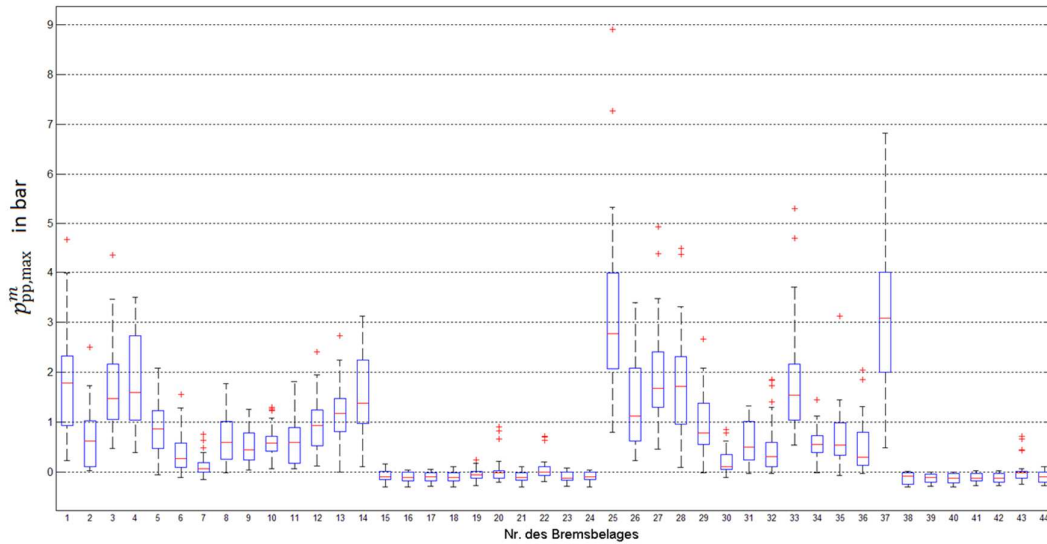


Abbildung 65: Boxplot der maximal auftretenden Bremsdruckschwankungen $p_{pp,max}^m$ über $m = 30$ Bremsungen aller $k = 44$ Bremsbelag-Varianten

Es wird deutlich, dass für die Bremsbeläge Nr. 15 - 24 sowie Nr. 38 - 44 und demzufolge allen NAO-Materialien, nur äußerst geringe und vereinzelte Bremsdruckschwankungen aufgezeichnet wurden. Innerhalb dieser eigenständig durchgeführten Messreihe der NAO-Materialien ist von einem Defekt des Bremsdrucksensors auszugehen. Ausgehend von der Annahme, dass der Bremsdrucksensor nicht defekt gewesen wäre, würde dies bedeuten, dass die innerhalb der Bremsungen mit NAO-Materialien deutlich vorhandenen Bremsmomentschwankungen (vgl. Abbildung 54) einzig durch eine Schwankung des Reibwerts über den Umfang erklärbar wären. Die Begründung hierfür ist, dass bei nicht vorhandenen Bremsdruckschwankungen die Kolbenkraft konstant wäre (vgl. Formel (8)). Eine konstante Kolbenkraft könnte aber bei vorliegenden Anregungen des Bremssystems durch die Bremsscheibendeformationen nur vorherrschen, wenn die Reibkräfte bzw. genauer gesagt die Haftkraft in der Belagführung größer wäre als die durch die Bremsscheibendeformationen resultierende Änderung der Spannkraft. Im Folgenden betrachten wir hierzu ein kurzes Rechenbeispiel. Ein Bremsbelag mit einem K6-Wert von $100 \mu\text{m}$ wird bei der K6-Messung mit einem Kolben des Durchmessers 40 mm mit 160 bar beaufschlagt. Dies entspricht einer Kraft von ca. 20 kN . Die stellvertretende Federkonstante des Bremsbelags ergibt sich damit zu ca. $200 \text{ N}/\mu\text{m}$. Wir treffen die Annahme einer Bremsscheibendeformation in Form einer Bremsscheibendickenschwankung von $50 \mu\text{m}$. Diese versucht beide Bremsbeläge zu komprimieren, daher müsste die Haftkraft in der Führung eines Bremsbelags größer sein als 5 kN , sodass diese Anregung nicht im Bremsdruck sichtbar wäre. Die Reibungskraft bzw. Haftkraft in der Belagführung zwischen den Hammerköpfen des Bremsbelags und dem Räumprofil ergibt sich durch die am jeweiligen Bremsbelag anliegende Umfangskraft dividiert

durch den Reibwert dieser Stahl-auf-Stahl-Paarung. Gehen wir von einem Bremsmoment von insgesamt ca. 500Nm (höchstes angefahrenes mittleres Moment im Prüfprogramm 300 Nm) und einem Haftreibwert von konservativ geschätzten 0,3 aus, ergibt sich mit einem effektiven mittleren Reibradius der Bremsscheibe von 0,145 m eine Haftreibungskraft von ca. 1,725 kN. Diese „worst-case“ Betrachtung macht deutlich, dass bei den gemessenen Bremsmoment- und Bremsscheibendickenschwankungen eine Bremsdruckschwankung entstehen müsste und daher von einem Defekt des Bremsdrucksensors für die Messreihe der NAO-Reibmaterialien auszugehen ist.

Konsequenz hierdurch ist eine um ein Drittel verringerte Stützstellenanzahl zur Auswertung der Bremsdruckschwankungen. Die resultierenden Werte der Modellgüte sowie die Voraussetzungen der Regressionsanalyse sind dementsprechend nicht immer erfüllt. Tabelle 17 zeigt die Überprüfung der Voraussetzungen der Regression und die sich ergebenden standardisierten Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognosewerte der standardisierten Zielgrößen des Bremsdrucks. Es wird deutlich, dass für alle Zielgrößen bis auf die entstehenden maximalen Bremsdruckschwankungen $p_{pp, \max}^{\text{median}}$ keine Kombination der reziprok variierten Einflussgrößen gefunden werden kann, für die die Voraussetzungen der Regression erfüllt werden. Einer der statistischen Tests weist immer auf Heteroskedastie hin. Auch hier sei für die durchgeführte Variation der Eingangsgrößen als Reziproke für alle Zielgrößen auf den Anhang A.3.2 Tabelle 23 verwiesen.

Tabelle 17: Standardisierte Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognosewerte der standardisierten Zielgrößen des Bremsdrucks

Standardisierte Zielgröße	$Z\{\hat{p}_{MAX}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{p,dom}^{median}\}$	$Z\{p_{pp,max}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{p,1}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1010	0010	0110	0010
Breusch-Pagan	0,10	0,01	0,28	0,17
White	0,24	0,05	0,49	0,38
White nach Wooldridge	0,01	0,00	0,17	0,04
Jarque-Bera-Test	0,89	0,66	0,42	1,35
$R^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,61	0,58	0,64	0,65
$R_{adj}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,54	0,53	0,58	0,57
$R_{pred}^2(\check{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,46	0,46	0,50	0,44
C_1	0	0	0	0
C_2	-0,59	0	0	-1,22
C_3	-7,04	-6,48	-8,27	0
C_4	1,72	1,72	1,52	6,80
C_{11}	0,40	-0,32	0	0
C_{12}	0	0	-2,22	-2,45
C_{13}	0	0	0	0
C_{14}	0	0	0	0
C_{22}	0	0	0	1,09
C_{23}	0	0	0	-5,21
C_{24}	0	0	1,33	1,41
C_{33}	0	0	0	0
C_{34}	7,30	6,82	9,20	5,31
C_{44}	-1,93	-1,87	-1,87	-2,80

Die standardisierte Regressionsgleichung der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Bremsdruckschwankung $Z\{p_{pp,max}^{median}\}$ ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \check{p}_{pp,max}^{median}(Z_{0110}) = & -8,27/Z_\mu + 1,52Z_b - 2,22Z_{K6}/Z_\mu \\ & + 1,33 Z_{K6}^2 + 9,20/(Z_\mu^2) - 1,87Z_b^2 \end{aligned} \quad (62)$$

Hinsichtlich der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß R^2 , ein korrigiertes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2 und ein Vorhersage-Bestimmtheitsmaß R_{pred}^2 bestimmt von jeweils:

$$R^2 = 0,64 \quad R_{adj}^2 = 0,58 \quad R_{pred}^2 = 0,50 \quad (63)$$

Die erreichte Modellgüte von 64% ist 16% geringer als die Modellgüte des Vorhersagemodells der Bremsmomentschwankungen, und damit deutlich schwächer. Auch für

diesen Zusammenhang wird wiederum die Modellgleichung in Abbildung 66 visualisiert.

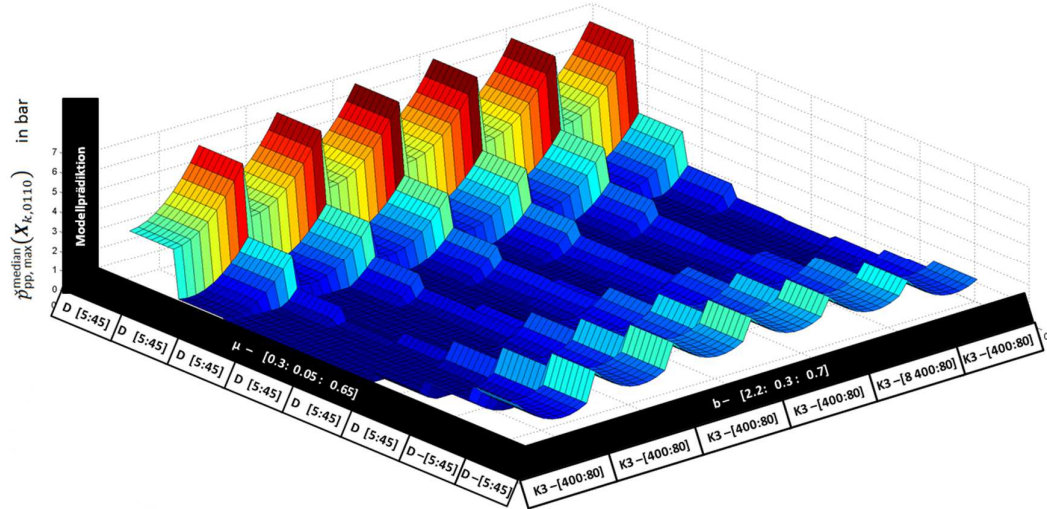


Abbildung 66: Modellvisualisierung des Vorhersagemodells für den Median der maximal entstehenden Bremsdruckschwankungen $\hat{p}_{pp,max}^{\text{median}}(\mathbf{X}_{k,0110})$

Eine hohe Bremsdruckschwankung bzw. deren Median korreliert nach der Modellgleichung mit einer niedrigen Kompressibilität. Die Dämpfungskonstante liefert keinen statisch signifikanten Beitrag. Zusätzlich ist eine deutliche Abhängigkeit vom Reibbeiwert erkennbar, wobei hohe Bremsdruckschwankungen mit niedrigen Werten des Reibbeiwertes korrelieren. Durch die Vorhersage sehr geringer Bremsdruckschwankungen im mittleren Bereich des Reibbeiwertes liegt die Vermutung nahe, dass durch die in Abbildung 53 gezeigte Lücke innerhalb der produzierten Reibbeiwerte hier nicht genügend Stützstellen vorhanden sind. Es bleibt jedoch festzuhalten, dass trotz der verringerten Anzahl an Stützstellen durch den defekten Bremsdrucksensor ein Vorhersagemodell der Bremsdruckschwankungen abgeleitet werden konnte, das alle statistischen Tests besteht.

7.3.5 Reproduzierbarkeit

Zur Prüfung der Regressionsmodelle bzw. der Vorhersagemodelle hinsichtlich der Reproduzierbarkeit der Ergebnisse wurden jeweils zwei Bremsbelag-Varianten der verschiedenen Reibmaterialien in einer neuen Charge nachproduziert und nochmals auf dem Schwungmassenprüfstand vermessen. Hierbei wurde jeweils eine Variante gewählt, die hohe, und eine, die niedrige maximale Bremsmomentschwankungen $M_{pp,max}^m$ hervorgerufen hat. Durch Grenzen der Reproduzierbarkeit der Produktion des Bremsbelags weichen deren Bremsbelageigenschaften von den ursprünglich vermessenen

Bremsbelägen ab, weshalb mit einer Veränderung der generierten BTV zu rechnen ist. Abbildung 67 zeigt die Differenz zwischen den originalen Bremsbelägen und den mit gleicher Kombination der Produktionsmöglichkeiten reproduzierten Bremsbelägen in Form eines Sterndiagrammes der vier Einflussgrößen für die sechs Bremsbeläge. Die jeweiligen Achsen sind dabei so skaliert, dass sie am äußeren Rand die maximalen Werte der jeweiligen produzierten Bremsbelageigenschaft abbilden.

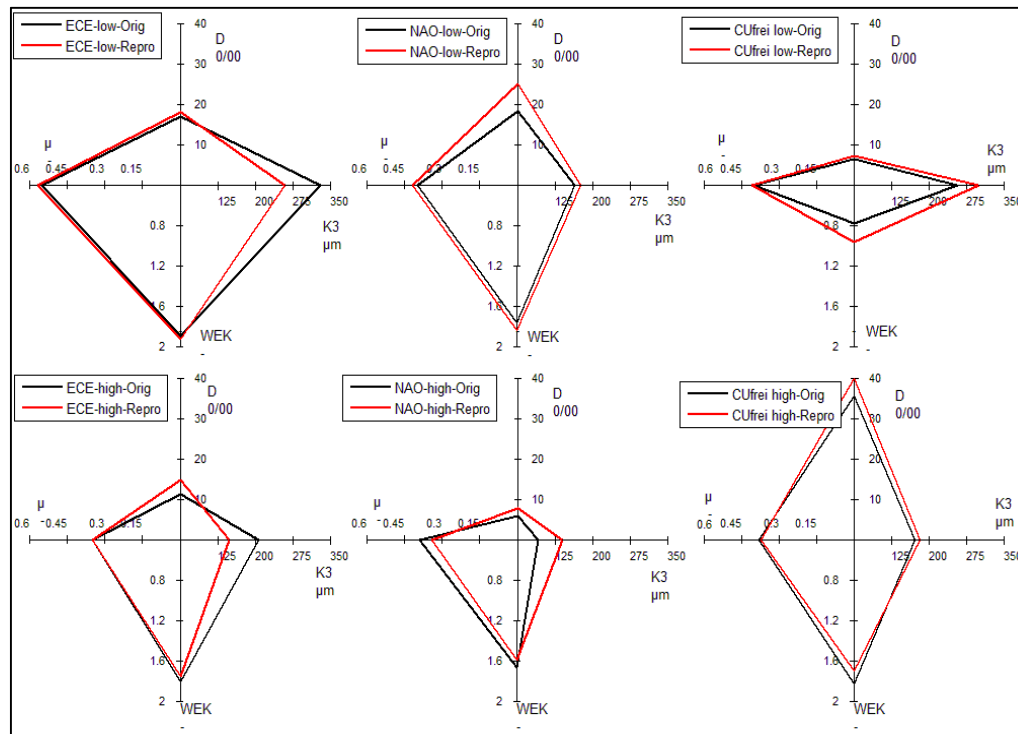


Abbildung 67: Reproduzierbarkeit – Vergleich der Bremsbelageigenschaften

Abbildung 68 zeigt den Verlauf der Bremsmomentschwankungen im Wasserfalldiagramm über der Ordnung aufgetragen für den gesamten Verlauf der Bremsung $m = 3$ (175 km/h - 200 Nm) für die beiden in Abbildung 67 unten links abgebildeten ECE-Beläge (hohe BTV). Es wird deutlich, dass bezüglich der Amplitude der Bremsmomentschwankung eine klare Abweichung besteht. Die dominanten Ordnungen bleiben jedoch erhalten.

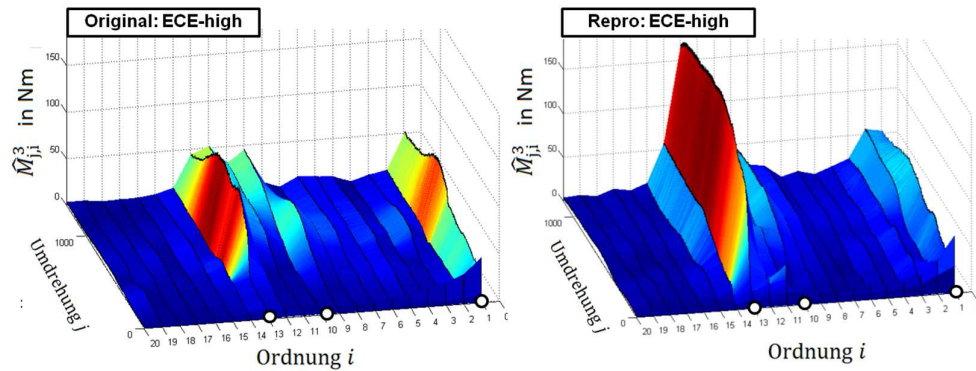


Abbildung 68: Reproduzierbarkeit – Vergleich der Bremsmomentamplitudenspektren $\hat{M}_{j,i}^m$ für die momentgeführte Schleppbremsung $m = 3$

Die Anteile der abweichenden Amplitude des Bremsmomentes, die das Vorhersagemodell bereits prädiziert, sind für alle sechs Reproduktionsversuche in Abbildung 69 dargestellt. Aufgetragen sind die Modellprädiktion $\tilde{M}_{MAX}^{median}(X_k)$ auf der Y-Achse und die Messwerte vom Prüfstand $\hat{M}_{MAX}^{median}(X_k)$ auf der X-Achse. Die jeweiligen Paarungen sind dabei mittels einer Linie verbunden. Trotz quantitativer Abweichungen von Prädiktion und Messung wurde die Richtung der Veränderung immer als solche richtig vorhergesagt. Erkennbar ist dieser Zusammenhang am Fehlen einer Verbindungslinie mit negativer Steigung im Graphen. Es ist festzuhalten, dass das Modell immer kausal richtige Vorhersagen der zu erwartenden Änderung der erzeugten maximalen Amplituden des Bremsmoments getroffen hat.

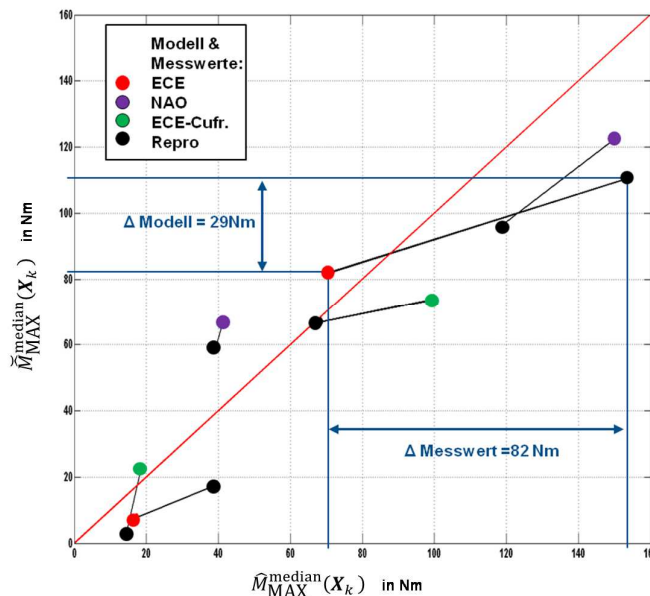


Abbildung 69: Gegenüberstellung der vorhergesagten und gemessenen Mediane der maximalen Amplituden des Bremsmoments im Ordnungsbereich für alle Reproduktionsversuche

Die Reproduktionsversuche liefern gleichzeitig sechs weitere Stützstellen zur Bestimmung der Modellgleichung. Der Einfluss dieser Erweiterung der Stützstellen wird am Beispiel der Gegenüberstellung der Modellgleichungen für den Median der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoments, basierend auf 44 Stützstellen ohne Reproduktionsversuche und basierend auf 50 Stützstellen mit Reproduktionsversuchen näher betrachtet.

Die standardisierte Regressionsgleichung für die Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoments im Ordnungsbereich $\mathcal{Z}\{\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}\}$ auf Basis von 44 Varianten des Bremsbelags, ergab nach Formel (50):

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}(z_{k,1100}) = & 1,97/Z_{K6} + 2,37/Z_D - 3,98Z_\mu \\ & + 2,24/(Z_{K6}Z_D) - 1,98Z_b/Z_D + 5,46Z_\mu Z_b \\ & - 2,04/(Z_{K6}^2) - 2,16/(Z_D^2) - 2,45Z_b^2\end{aligned}\quad (64)$$

Im Vergleich hierzu berechnet sich die standardisierte Regressionsgleichung auf Basis von 50 Varianten des Bremsbelags mit den Reproduktionsversuchen:

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}(z_{k,1100}) = & 1,99/Z_{K6} + 2,51/Z_D - 3,74Z_\mu \\ & + 2,24/(Z_{K6}Z_D) - 1,93Z_b/Z_D + 5,46Z_\mu Z_b \\ & - 2,03/(Z_{K6}^2) - 2,32/(Z_D^2) - 2,39Z_b^2\end{aligned}\quad (65)$$

Vergleichen wir die beiden Modelle, wird ersichtlich, dass alle Modellterme erhalten bleiben und sich nur die Koeffizienten ändern. Hinsichtlich der Modellgüte ergeben sich das Bestimmtheitsmaß R^2 , das korrigierte Bestimmtheitsmaß $R_{\text{adj.}}^2$ und das Vorhersage-Bestimmtheitsmaß $R_{\text{pred.}}^2$ bei Verwendung der sechs zusätzlichen Stützstellen zu:

$$R^2 = 0,79 \quad R_{\text{adj.}}^2 = 0,74 \quad R_{\text{pred.}}^2 = 0,63 \quad (66)$$

Verglichen mit der Modellgüte ohne zusätzliche Stützstellen

$$R^2 = 0,77 \quad R_{\text{adj.}}^2 = 0,71 \quad R_{\text{pred.}}^2 = 0,46 \quad (67)$$

kann festgestellt werden, dass die Modellgüte durch die Reproduktionsversuche angehoben wurde. Die deutlichste Änderung geschieht im Bereich der Vorhersagegüte. Die Reproduzierbarkeit der Untersuchung ist damit auch durch die Regressionsanalyse bestätigt.

7.3.6 Unabhängigkeit vom Prüfablauf

Zur Untersuchung der Unabhängigkeit der Ergebnisse vom gewählten Prüfablauf, also der Abfolge der Bremsungen, werden im Folgenden die Auswirkungen betrachtet, wenn

die Regressionsanalyse getrennt für die fünfzehn momentgeführten und für die fünfzehn druckgeführten Schleppbremsungen durchgeführt werden. Beispielhaft sind in Abbildung 70 hierfür die getrennt bestimmten Mediane der maximalen Bremsmomentschwankungen $M_{pp, \max}^m(X_k)$ dargestellt. Abweichungen bestehen und werden bei Bremsbelag Nr. 25 mit einem Wert von 48 Nm maximal.

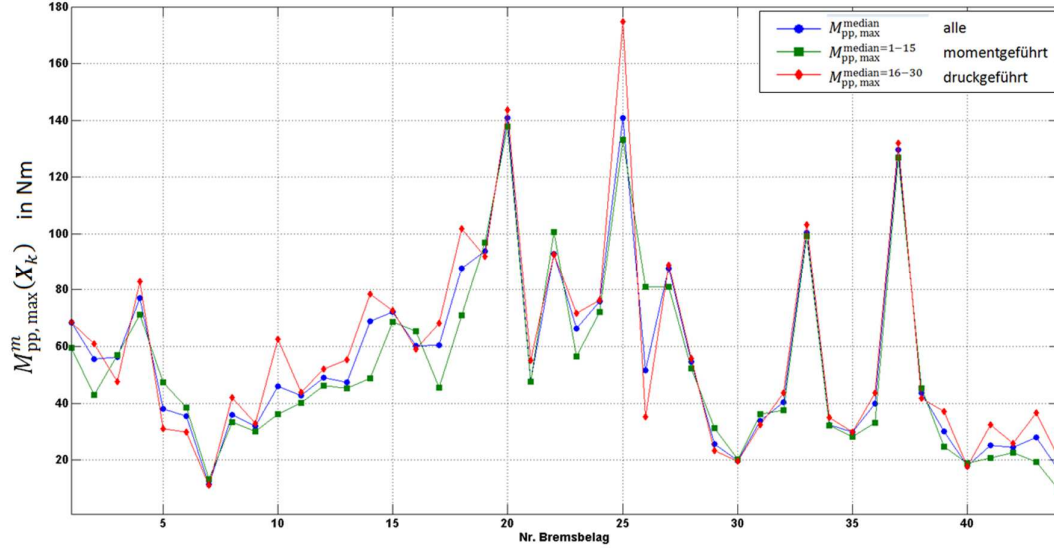


Abbildung 70: Vergleich der gemessenen Zielgröße der maximalen Bremsmomentschwankungen bei Berechnung des Medians aus den Bremsungen $m = 1, \dots, 30$, aus den Bremsungen $m = 1, \dots, 15$ und aus den Bremsungen $m = 16, \dots, 30$

Eine Aussage, inwiefern diese Abweichungen einen Einfluss auf die abgeleiteten Zusammenhänge haben, ist jedoch nur durch die Durchführung der jeweiligen Regressionsanalyse zu treffen. Die beiden Regressionsmodelle, die mittels der getrennt ausgewerteten Zielgrößen im Zeitbereich bestimmt wurden, lauten wie folgt:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{pp, \max}^{\text{median}(m=1, \dots, 15)}(z_{k,1100}) = & 1,75/Z_{K6} + 2,63/Z_D - 4,23Z_\mu \\ & + 1,84/(Z_{K6}Z_D) - 2,1Z_b/Z_D + 5,61Z_\mu Z_b \\ & - 2,04/(Z_{K6}^2) - 2,34/(Z_D^2) - 2,39Z_b^2 \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{pp, \max}^{\text{median}(m=16, \dots, 30)}(z_{k,1100}) = & 2,22/Z_{K6} + 2,31/Z_D - 3,47Z_\mu \\ & + 2,48/(Z_{K6}Z_D) - 2,22Z_b/Z_D + 4,7Z_\mu Z_b \\ & - 2,35/(Z_{K6}^2) - 2,16/(Z_D^2) - 1,93Z_b^2 \end{aligned} \quad (69)$$

Hierbei ergeben sich für die momentgeführten Schleppbremsungen $m = 1, \dots, 15$ die Bestimmtheitsmaße zu:

$$R^2 = 0,74 \quad R_{\text{adj.}}^2 = 0,67 \quad R_{\text{pred.}}^2 = 0,35 \quad (70)$$

Hierbei ergeben sich für die druckgeführten Schleppbremsungen $m = 16, \dots, 30$ die Bestimmtheitsmaße zu:

$$R^2 = 0,78 \quad R_{\text{adj.}}^2 = 0,72 \quad R_{\text{pred.}}^2 = 0,55 \quad (71)$$

Beide Modelle verlieren im Vergleich zum Regressionsmodell für den Median über alle 30 Bremsungen (vgl. Tabelle 12) an Modellgüte. Hinsichtlich des angepassten Bestimmtheitsmaßes ergibt sich für die momentgeführten Bremsungen eine Verringerung der Modellgüte um 7 % und für die druckgeführten Schleppbremsungen eine Verringerung um 2 %. Die Modelle enthalten jedoch weiterhin die gleichen statistisch signifikanten Modellterme mit gleichen Vorzeichen der Koeffizienten. Das Modellverhalten widerspricht sich demnach nicht und eine separate Auswertung führt auch weiterhin zu den gleichen Aussagen. Damit konnte keine Abhängigkeit der Ergebnisse von der Unterteilung und der Abfolge des Prüfprogramms in momentgeführte und druckgeführte Bremsungen nachgewiesen werden.

7.3.7 Ordnungsbandabhängiger Einfluss der Bremsbelageigenschaften

Die in den vorherigen Kapiteln detektierten statistisch signifikanten Abhängigkeiten vom Reibwert haben, bei verschiedenen der analysierten Zielgrößen, dem bekannten Erklärungsmodell von Heißrubbeln widersprochen. Die Korrelation zwischen hohen Reibwerten und niedrigen resultierenden Werten der Zielgröße, wie beispielsweise der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoments, war nicht kausal erklärbar. Daher betrachten wir im Folgenden die Verteilung der Stützstellen für eine beispielhafte Regressionsgleichung. Abbildung 71 zeigt die Visualisierung des Vorhersagemodells der Zielgröße der Mediane der maximal auftretenden Amplituden des Bremsmoments $\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}$ in der Ansicht von oben. Die Farbcodierung der einzelnen Segmente zeigt die Höhe der in diesem Abschnitt erwarteten Amplitude des Bremsmoments bei entsprechender Kombination der vier Bremsbelageigenschaften. Zusätzlich wurden die Stützstellen der Messungen am Schwungmassenprüfstand als farbige Punkte für die jeweiligen Reibmaterialien aufgetragen. Es wird deutlich, dass im Bereich der Reibwerte die größer als 0,5 sind, ausschließlich ECE Materialien positioniert sind. Alle übrigen Bremsbeläge, die auch Varianten der ECE Beläge umfassen, liegen im Bereich zwischen 0,3 bis 0,4. Zwischen diesen beiden Gruppen befindet sich demnach ein Bereich, der durch die Variation des Produktionsprozesses nicht abgedeckt wurde. Ersichtlich ist hierbei, dass die Gruppe der ECE-Materialien im oberen rechten Quadranten nur geringe Amplituden des Bremsmomentes erzeugen. Dies führt bei der Durchführung der Regressionsanalyse demzufolge dazu, dass dieser Abschnitt auch generell mit niedrigeren resultierenden Amplituden des Bremsmoments verknüpft wird.

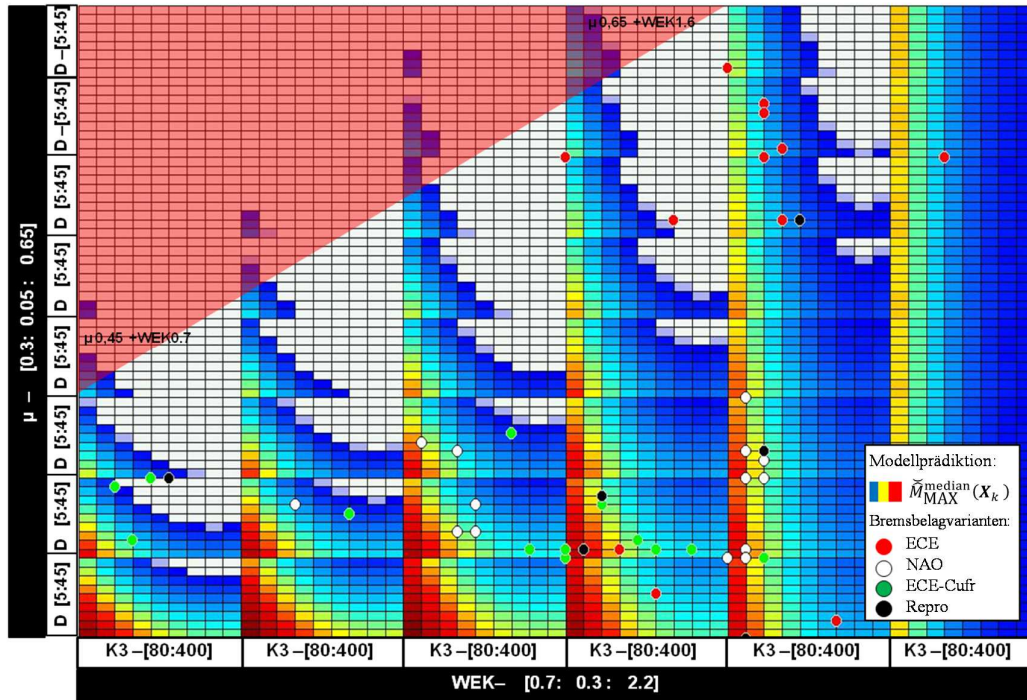


Abbildung 71: Visualisierung des Vorhersagemodells der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude des Bremsmoment $\hat{M}_{\text{MAX}}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ inklusive der zur Berechnung verwendeten Stützstellen in Form der eingezeichneten Bremsbelageigenschaften der verschiedenen Reibmaterialien

Eine Analyse der dominanten Ordnungen, in denen die maximalen Amplituden des Bremsmoments in der Gruppe der ECE Beläge auftreten, führt zu einem Ordnungsband mit den Ordnungen $i = 1, \dots, 5$. Dies legt die Fragestellung nahe, zu welchem Zusammenhang eine Regressionsanalyse zwischen den Bremsbelageigenschaften und den maximalen Amplituden des Bremsmoments nur in hohen Ordnungen führen würde.

In den vorherigen Kapiteln wurden bei Bestimmung der maximal auftretenden Amplituden einer Zielgröße im Ordnungsbereich die Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ ausgewertet. Nun werden die maximalen Amplituden innerhalb der hohen Ordnungen mit $i = 6, \dots, 20$ getrennt betrachtet. Es soll untersucht werden, ob das Ergebnis der Analyse über die Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ bestätigt werden kann, oder, ob Unterschiede deutlich werden.

Hierzu wird beispielhaft der Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf die maximal auftretenden Amplituden des Bremsmoments innerhalb der hohen Ordnungen betrachtet. Innerhalb der hohen Ordnungen befinden sich die beiden Phänomene des ordnungsgetreuen und frequenzgetreuen Verhaltens. Die beiden Phänomene sind hierbei nicht getrennt voneinander auswertbar, da sich deren dominante Ordnungen, wie in Kapitel 6.2 bereits beschrieben, überschneiden oder sogar die beiden Phänomene parallel auftreten. Als Zielgröße wird weiterhin der Median aus den 30 maximal auftretenden

Amplituden des Bremsmoments während der Schleppbremsungen verwendet, jedoch nur im Bereich zwischen der 6. und 20. Ordnung ausgewertet. Als beispielhafte Untersuchung wird auf die Variation der Reziproken hierbei verzichtet.

Mittels der für jede Bremsbelagvariante gemessenen vier Einflussgrößen und der abgeleiteten Zielgröße führt die Regressionsanalyse zu folgendem Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{\text{MAX(a\ddot{u}s } i=6,\dots,20)}^{\text{median}}(Z_{k,0000}) = \\ -2,43Z_{K6} - 2,02Z_D + 1,21Z_{K6}Z_b + 1,08Z_DZ_b + 1,81Z_{K6}^2 - 0,48Z_b^2 \end{aligned} \quad (72)$$

Abbildung 72 zeigt das generierte Vorhersagemodell in Form eines 3D-Kennfeldes mit einer doppelt belegten Achse innerhalb der produzierten Grenzen der Einflussgrößen.

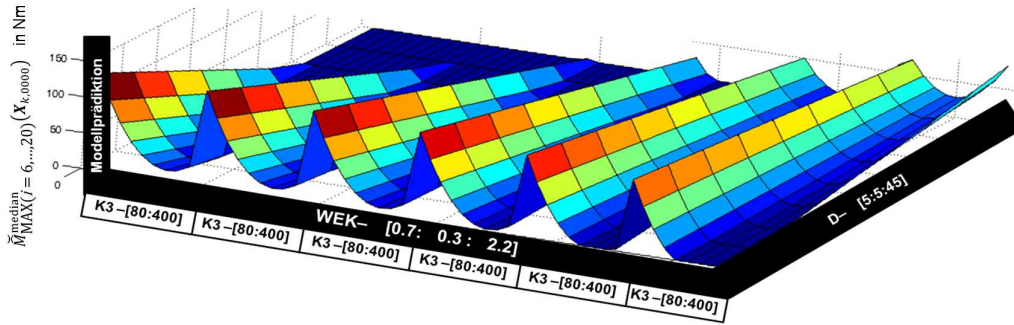


Abbildung 72: Visualisierung des Vorhersagemodells für den Median der maximalen in den Ordnungen $i = 6, \dots, 20$ auftretenden Amplituden des Bremsmoment $\tilde{M}_{\text{MAX(a\ddot{u}s } i=6,\dots,20)}^{\text{median}}(X_k)$

Im Vergleich zur über die Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ durchgeführten Regressionsanalyse zeigt sich für den Bereich der hohen Ordnungen $i = 6, \dots, 20$, dass der Reibbeiwert μ nicht mehr im Modell enthalten ist und somit kein statistisch signifikanter Zusammenhang mit den maximal auftretenden Amplituden des Bremsmoments in hohen Ordnungen hergestellt werden kann. Der $K6$ -Wert sowie der Wärmeeindringkoeffizient b gehen weiterhin quadratisch in die Gleichung ein, wohingegen das Dämpfungsmaß nun im Vergleich zur Analyse über den Ordnungen $i = 1, \dots, 20$ einen linearen Zusammenhang aufweist. Während das Auftreten von großen Amplituden des Bremsmoments mit geringer Kompressibilität, niedrigem Dämpfungsmaß und niedrigem Wärmeeindringkoeffizienten korreliert, sind die Parameterkombinationen bei geringen BTV nicht isoliert zu benennen und werden durch Wechselwirkungsterme bestimmt.

Hinsichtlich der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß R^2 , ein korrigiertes Bestimmtheitsmaß $R^2_{\text{adj.}}$ und ein Vorhersage-Bestimmtheitsmaß $R^2_{\text{pred.}}$ von jeweils

$$R^2 = 0,74 \quad R^2_{\text{adj.}} = 0,69 \quad R^2_{\text{pred.}} = 0,59 \quad (73)$$

erreicht. Das Modell verliert hierbei 3 % Modellgüte gewinnt jedoch 13 % hinsichtlich des Vorhersage-Bestimmtheitsmaß $R^2_{\text{pred.}}$ hinzu.

7.4 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Innerhalb der empirischen Untersuchung des Einflusses der Bremsbelageigenschaften auf die Kenngrößen von Heißrubbeln wurden insgesamt zwanzig Regressionsanalysen durchgeführt. Für diese erfolgt jeweils eine Optimierung der als reziprok zu verwendenden Elemente des Eingangsvektors. Tabelle 18 zeigt für alle durchgeführten Analysen den Vergleich der resultierenden Werte des Bestimmtheitsmaßes, des angepassten Bestimmtheitsmaßes, des Vorhersage-Bestimmtheitsmaß und der Bewertung der als statistisch signifikant im Modell verbleibenden Bremsbelageigenschaften.

Tabelle 18: Vergleich der resultierenden Modellgüte der Regressionsanalysen

Standardisierte Zielgröße	$\mathcal{Z}\{M_{pp,max}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{p_{pp,max}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{DTV_{pp,max}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{v_{pp,max}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{T_{FS,pp,max}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1100	0010	-	0010	1110
$R^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,80	0,65	-	0,68	0,70
$R_{adj}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,74	0,57	-	0,63	0,67
$R_{pred}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,49	0,44	-	0,54	0,62
Abhängigkeit von allen Elementen in Z_k	+	$-Z_D$		+	+
Standardisierte Zielgröße	$\mathcal{Z}\{\hat{M}_{MAX}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\hat{p}_{MAX}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\hat{DTV}_{MAX}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\hat{v}_{MAX}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\hat{T}_{FS,MAX}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1100	-	1010	1011	0001
$R^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,77	-	0,68	0,47	0,73
$R_{adj}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,71	-	0,62	0,42	0,69
$R_{pred}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,46		0,55	0,31	0,64
Abhängigkeit von allen Elementen in Z_k	+		+	+	$-Z_D$
Standardisierte Zielgröße	$\mathcal{Z}\{\alpha_{M1}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{p1}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{DTV1}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{v1}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{T,FS1}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	1110	-	-	0010	1010
$R^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,79	-	-	0,53	0,69
$R_{adj}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,72	-	-	0,46	0,64
$R_{pred}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,49	-	-	0,33	0,58
Abhängigkeit von allen Elementen in Z_k	+			+	+
Standardisierte Zielgröße	$\mathcal{Z}\{\alpha_{M,dom}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{p,dom}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{DTV,dom}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{v,dom}^{median}\}$	$\mathcal{Z}\{\alpha_{T,FS,dom}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	0100	-	-	-	0110
$R^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,74	-	-	-	0,64
$R_{adj}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,69	-	-	-	0,59
$R_{pred}^2(\tilde{Y}(Z_k), Y_k(Z_k))$	0,52	-	-	-	0,53
Abhängigkeit von allen Elementen in Z_k	+				$-Z_D$

Es wird deutlich, dass die Regressionsanalysen für die vier Zielgrößen der Kenngrößen Bremsmoment (Tabelle 18: Spalte 2) und Temperaturverteilung auf dem Reibring (Tabelle 18: Spalte 6) durchgeführt werden konnten. Wurden die Voraussetzungen der Regression verletzt, bleiben die entsprechenden Zellen leer (Zelleneintrag: -). Hinsichtlich der Kenngrößen Bremsdruck, Bremsscheibendickenschwankung und Verwellung wurden innerhalb der Regressionsanalysen der Zielgrößen teilweise die Voraussetzungen der Regression verletzt. Daher konnten der Bremsdruck nur hinsichtlich der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Bremsdruckschwankungen analysiert werden und die Bremsscheibendickenschwankungen nur hinsichtlich der Zielgröße des Medians der maximal auftretenden Amplitude im Ordnungsbereich. Die Verwellung konnte nur nicht für die Zielgröße des Medians der Zuwachsrates der Amplitude im Ordnungsbereich ausgewertet werden.

Keine der aus den Messdaten abgeleiteten Zielgrößen für sich alleine wäre fähig, Heißrubbeln in allen Schritten der Wirkungskette zu beschreiben. Für die Bremsscheibendickenschwankungen beispielsweise wären keine Aussagen hinsichtlich deren Beeinflussung durch die Bremsbelageigenschaften möglich gewesen, wenn nur die „peak-to-peak“-Werte im Zeitbereich untersucht worden wären. Durch die zusätzliche Aufschlüsselung des Informationsgehalts des Zeitsignals in den Ordnungsbereich konnte jedoch ein statistisch signifikanter Zusammenhang nachgewiesen werden.

Es konnte generell nachgewiesen werden, dass für alle Zielgrößen ein statistisch signifikanter Zusammenhang mit den vier untersuchten Bremsbelageigenschaften besteht. Ausnahme hierbei bilden die Amplitude der Temperaturverteilung und deren Zuwachsrates sowie die maximal entstehenden Bremsdruckschwankungen. Hinsichtlich dieser Zielgrößen konnte kein statistisch signifikanter Zusammenhang mit dem Dämpfungsmaß des Bremsbelags nachgewiesen werden.

7.4.1 Verhalten der Vorhersagemodelle

Die Regressionsanalyse liefert empirisch belegte Zusammenhänge der Bremsbelageigenschaften mit den Kenngrößen von Heißrubbeln. Im folgenden Kapitel werden diese Zusammenhänge für die einzelnen Kenngrößen verglichen, Gemeinsamkeiten und Abweichungen detektiert und mit dem bestehenden Erklärungsmodell von Heißrubbeln verglichen.

Es ist festzuhalten, dass für die Bewertung von Heißrubbeln die Kenngröße der Bremsmomentschwankungen, als eine das Bremssystem verlassende und vom Fahrer wahrgenommene Größe, eine wichtige Rolle spielt. Daher werden die durch die empirische Untersuchung abgeleiteten Zusammenhänge näher untersucht. Entsprechend der Auswertung in Kapitel 7.3.1 und Tabelle 18 können zwischen 74 – 80 % der Varianz der

Zielgrößen der Bremsmomentschwankungen mittels der bestimmten Regressionsmodelle erklärt bzw. vorhergesagt werden.

Die Untersuchung hat gezeigt, dass hohe Werte der Bremsmomentschwankung, der Amplitude des Bremsmoments und deren Zuwachsraten pro Umdrehung mit einer geringen Kompressibilität und einem niedrigem Dämpfungsmaß des Bremsbelags korrelieren. Bei niedrigen Werten des Reibwertes korrelieren hohe Werte der Zielgrößen mit abnehmendem Wärmeeindringkoeffizienten. Diese Korrelation dreht sich jedoch im Bereich der hohen Reibwerte um. Die Parameterkombinationen bei geringen Werten der Bremsmomentschwankung sind nicht isoliert zu benennen und werden durch die jeweiligen Wechselwirkungsterme bestimmt.

Die empirischen Ergebnisse suggerieren demnach, dass generierte Bremsmomentschwankungen im Bereich kleiner Reibwerte immer größer werden, je härter die Bremsbeläge sind, je kleiner deren Dämpfung ist und je schlechter sie einen Wärmestrom aufnehmen können. Diese Zusammenhänge werden im Folgenden mit dem bekannten Erklärungsmodell von Heißrubbeln abgeglichen.

Steifere Bremsbeläge erzeugen nach der bekannten Wirkungskette von Heißrubbeln bei einer gegebenen Bremsscheibendeformation größere Schwankungen der Spannkraft zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe und somit größere Bremsmomentschwankungen. Dieser Zusammenhang wird derart auch von den empirischen Ergebnissen bestätigt.

Bremsbeläge mit einer erhöhten Dämpfungskonstante erzeugen nach dem bekannten Erklärungsmodell bei einer gegebenen Geschwindigkeitsanregung durch eine Bremsscheibendeformation eine erhöhte Schwankung der Spannkraft zwischen Bremsbelag und Bremsscheibe und damit ebenfalls erhöhte Bremsmomentschwankungen. Diesem Zusammenhang wird durch die empirischen Ergebnisse demnach widersprochen. Auch nach dem Stand der Technik in Kapitel 2.2.1 existieren gegenteilige Aussagen zum Einfluss der Dämpfungskonstanten auf Heißrubbeln. Zwei Erklärungen dieser Abweichung sind vorstellbar. Erstens führt eine höhere Dämpfungskonstante im Bremsbelag nicht nur zu einer Erhöhung der Schwankungen der Spannkraft, sondern auch zu einer grundsätzlich höheren wirkenden Normalkraft. Dieser Anstieg der Normalkraft führt zu einer besseren Anpressung des Bremsbelags an die Bremsscheibe, wodurch die effektiven Reibflächen größer werden und eine gleichförmigere Temperaturverteilung auf der Bremsscheibe entsteht und somit die Wirkungskette abgeschwächt werden würde. Zweitens ist vorstellbar, dass bei einer großen Dämpfungskonstante mehr Energie im Belag dissipiert wird und somit die Schwankung der Normalkraft grundsätzlich abgeschwächt werden würde. Eine Aussage auf den kausalen Zusammenhang ist nicht aus der Regressionsanalyse ableitbar, jedoch deuten die empirischen Ergebnisse darauf hin, dass ein zum bekannten Erklärungsmodell alternativer Effekt hier dominant ist.

Bremsbeläge mit einem höheren Wärmeeindringkoeffizienten nehmen nach dem bekannten Erklärungsmodell einen größeren Anteil der in Wärme umgesetzten Reibleistung auf. Durch die damit niedrigere Temperaturbelastung der Bremsscheibe entstehen geringere thermische Gradienten von den Reibflächen zu den Kühlkanälen und somit geringere thermische Spannungen innerhalb der Bremsscheibe. Die thermisch bedingten Deformationen der Bremsscheibe verringern sich und somit werden die entstehenden Bremsmomentschwankungen abgeschwächt. Gleichzeitig steigt die durch den Bremsbelag aufgenommene Wärmemenge und dessen Betriebstemperatur erhöht sich. Damit einher geht aufgrund deren Temperaturabhängigkeit eine Verringerung der Steifigkeit des Reibmaterials. Auch dies führt entsprechend der Ausführungen zu der Steifigkeitsänderung zu einer Verringerung der entstehenden Bremsmomentschwankungen. Beide Zusammenhänge wurden durch die empirischen Ergebnisse in Form der Korrelation von hohen Bremsmomentschwankungen mit Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten demnach bestätigt.

Entsprechend der Auswertung in Kapitel 7.3.2 und Tabelle 18 können 68 % der Varianz der Mediane der maximalen Amplituden der Bremsscheibendickenschwankung im Ordnungsbereich mittels des bestimmten Regressionsmodells erklärt werden. Auch hier korrelieren entsprechend den Betrachtungen der Bremsmomentschwankungen hohe generierte Amplituden der Bremsscheibendicke zum einen generell mit der Abnahme der Kompressibilität und der Dämpfung und zum anderen im Bereich der niedrigen Reibwerte mit der Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten. Eine Ausnahme stellt hierbei der Bereich hoher Wärmeeindringkoeffizienten dar, hierin korrelieren hohe generierte Amplituden der Bremsscheibendickenschwankung mit der Zunahme der Dämpfungskonstanten.

Steifere Bremsbeläge führen wie zuvor beschrieben nach dem bekannten Erklärungsmodell von Heißrubbeln zu höheren Schwankungen der Spannkraft und somit auch zu einer höheren Schwankung der umgesetzten Reibleistung über den Umfang der Bremsscheibe. Die inhomogene Temperaturverteilung über den Umfang der Bremsscheibe verstärkt sich und somit entstehen durch Wärmeausdehnung der wärmeren Bereiche der Bremsscheibe stärkere Bremsscheibendickenschwankungen. Dieser Zusammenhang wurde derart auch von den empirischen Ergebnissen bestätigt.

Nach dem bekannten Erklärungsmodell von Heißrubbeln resultiert bei gegebener Geschwindigkeitsanregung durch eine Bremsscheibendeformation aus einer Erhöhung der Dämpfung des Bremsbelags eine erhöhte Schwankung der Spannkraft und damit verknüpft eine erhöhte Schwankung der umgesetzten Reibleistung über den Umfang der Bremsscheibe. Diese führt analog der Betrachtung bei der Steifigkeitsänderung zu stärkeren Bremsscheibendickenschwankungen. Im Teilbereich hoher Wärmeeindringkoeffizienten wird dieser Zusammenhang durch die empirischen Ergebnisse bestätigt. Jedoch widersprechen die grundlegenden empirischen Ergebnisse für den übrigen Be-

reich dem bekannten Erklärungsmodell. Die innerhalb der Betrachtung der Bremsmomentschwankungen aufgeführte potentielle Erklärung dieses Widerspruchs ist auch auf die Bremsscheibendickenschwankungen anwendbar. Entsprechend dieser Erklärung resultiert aus der Erhöhung der Dämpfung eines Bremsbelags durch die bessere Anpressung auch eine gleichförmigere Temperaturverteilung auf der Bremsscheibe und damit direkt über die Wärmeausdehnung gekoppelt geringere Bremsscheibendickenschwankungen. Die empirischen Ergebnisse suggerieren demnach, dass der Effekt einer durch bessere Anpressung entstehenden gleichförmigeren Temperaturverteilung, sich deutlicher hinsichtlich der Bremsscheibendickenschwankungen ausprägt als eine sich entsprechend des bekannten Erklärungsmodells durch die erhöhte Schwankung der umgesetzten Reibleistung einstellende inhomogene Temperaturverteilung.

Bremsbeläge mit einem niedrigen Wärmeeindringkoeffizienten nehmen nach dem bekannten Erklärungsmodell einen kleineren Anteil der in Wärme umgesetzten Reibleistung auf. Entsprechend der Ausführungen bei den Bremsmomentschwankungen sind demnach höhere Dickenschwankungen durch zum einen die erhöhte Steifigkeit bei niedrigerer Betriebstemperatur und zum anderen durch die erhöhten thermisch induzierten Spannungen in der Bremsscheibe zu erwarten. Auch hier bestätigen die empirischen Ergebnisse die bekannte Wirkungskette.

Entsprechend der Tabelle 18 können zwischen 47 – 68 % der Varianz der Mediane von den maximalen Schwankungen der Verwellung, der Zuwachsrate pro Umdrehung und den maximalen Amplituden im Ordnungsbereich mittels der bestimmten Regressionsmodelle erklärt werden. Generell ist auch hier die Korrelation von hohen Werten der Zielgrößen mit der Abnahme der Kompressibilität und der Dämpfungskonstanten festzuhalten. Die Korrelation im Bereich der niedrigen Reibwerte zwischen hohen generierten Werten der Zielgrößen und der Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten kann für die Verwellung nicht festgestellt werden. Für die beiden ermittelten Zusammenhänge gelten die Betrachtungen analog zu denen der Bremsscheibendickenschwankungen. Die empirischen Ergebnisse hinsichtlich des Einflusses der Kompressibilität bestätigen das bekannte Erklärungsmodell und die empirischen Ergebnisse hinsichtlich des Einflusses der Dämpfung deuten auf einen zum bekannten Erklärungsmodell alternativen wirksamen Effekt hin.

Entsprechend der Auswertung in Kapitel 7.3.2 können 50 – 55 % der Varianz der Mediane des Quotienten aus der maximalen Amplitude des Bremsmoments und der Verwellung, bzw. aus der maximalen Amplitude des Bremsmoments und der Dickenschwankung mittels der bestimmten Regressionsmodelle erklärt werden. Für diese entsprechen die generellen Aussagen zum Modellverhalten denen der Bremsmomentschwankungen.

Entsprechend der Auswertung in Kapitel 7.3.3 und Tabelle 18 können 64-73 % der Varianz der Mediane von den maximalen Temperaturschwankungen über den Reibring, den maximalen Amplituden im Ordnungsbereich und deren Zuwachsraten pro Umdre-

hung mittels der bestimmten Regressionsmodelle erklärt werden. Übereinstimmend mit den Bremsmomentschwankungen korrelieren hohe Werte der Temperaturschwankung mit der Abnahme der Kompressibilität der Bremsbeläge. Deren Abhängigkeit vom Dämpfungsmaß und dem Wärmeeindringkoeffizient ist hierbei nur sehr schwach ausgeprägt oder entfällt sogar teilweise (siehe Tabelle 18: Amplitude der Temperaturverteilung). Der Einfluss des Wärmeeindringkoeffizienten ist geringer als es sich ausgehend vom Erklärungsmodell von Heißrubbeln auf Grundlage der direkten Beeinflussung der Aufteilung der umgesetzten Reibleistung vermuten lassen würde. Eine Erhöhung des Anteils der umgesetzten Energie der in die Bremsscheibe geht, um beispielsweise 5 %, resultiert nicht nur in einer höheren thermischen Belastung dieser, sondern verringert auch die Energie, die in den Bremsbelag geleitet wird, um ca. 33 % (Getroffene Annahme.: ursprüngliche Aufteilung 85 % Bremsscheibe 15 % Bremsbelag). Dies bedeutet einen deutlich kühleren Betriebszustand des Bremsbelags und damit eine niedrigere Kompressibilität bzw. erhöhte Steifigkeit. Ein verringerter Wärmeeindringkoeffizient sollte somit durch die erhöhte Temperaturbelastung der Bremsscheibe und die niedrigere Betriebstemperatur des Bremsbelags zu erhöhten Bremsmomentamplituden und damit Temperaturamplituden führen.

Entsprechend der Auswertung in Kapitel 7.3.4 und Tabelle 18 können 65 % der Varianz der Mediane der Bremsdruckschwankungen mittels des bestimmten Regressionsmodells erklärt werden. Eine hohe Bremsdruckschwankung (bzw. deren Median über den Bremsungen) korreliert dabei analog zu dem Modellverhalten der Bremsmomentschwankungen mit der Abnahme der Kompressibilität des Bremsbelags und für den Bereich niedriger Reibwerte mit der Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten. Die Dämpfungskonstante liefert keinen statisch signifikanten Beitrag.

Für alle genierten Vorhersagemodelle kann zusätzlich die Aussage getroffen werden, dass hohe Werte der Zielgrößen mit einer Abnahme des Reibwerts korrelieren. In den einzelnen Kapiteln wurde bereits darauf hingewiesen, dass dieser Zusammenhang nicht dem bekannten Erklärungsmodell von Heißrubbeln entspricht. Innerhalb von Kapitel 7.3.7 wurde daher eine ordnungsbandabhängige Untersuchung der Bremsmomentamplituden durchgeführt, die gezeigt hat, dass für den Bereich der Ordnungen $i = 6, \dots, 20$ die statistisch signifikante Abhängigkeit vom Reibbeiwert entfällt. Die getroffenen Aussagen hinsichtlich des Einflusses der Kompressibilität, des Dämpfungsmaßes und dem Wärmeeindringkoeffizienten entsprechen jedoch weiterhin der Kernaussagen zu den Bremsmomentschwankungen. Das Ergebnis deutet darauf hin, dass die Einflussgröße Reibbeiwert zwar als statistisch signifikante Einflussgröße identifiziert wurde, hinsichtlich der kausalen Zusammenhänge jedoch über eine alternative zu untersuchende Einflussgröße nachgedacht werden sollte.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass grundsätzlich hohe Werte der Kenngrößen von Heißrubbeln mit einer Abnahme der Kompressibilität, einer Abnahme der Dämpfung und einer Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten korrelieren.

7.4.2 Übertragbarkeit der Ergebnisse

Im Zuge der Übertragbarkeit der Ergebnisse betrachten wir in den folgenden Abschnitten der Übertragbarkeit der Vorhersagemodelle auf andere Variationen des Bremsbelags und andere Bremsen, die Übertragbarkeit der Untersuchung am Schwungmassenprüfstand ins Fahrzeug und die Übertragbarkeit der Ergebnisse der Versuchsmethodik in die Praxis.

Innerhalb von Kapitel 7.3.5 wurde die Untersuchung der Reproduzierbarkeit durchgeführt. Es wird deutlich, dass durch eine Erhöhung der Anzahl der untersuchten Bremsbeläge die Modellgüte weiter gesteigert werden kann. Es ist festzuhalten, dass das Modell immer kausal richtige Vorhersagen der zu erwartenden Änderung der erzeugten maximalen Amplituden des Bremsmoments getroffen hat. Hinsichtlich der Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Variationen des Bremsbelags lässt dies zumindest für das innerhalb dieser Arbeit untersuchte Sattelkonzept darauf schließen, dass die Vorhersagemodelle für andere Bremsbelag-Variationen ihre Gültigkeit behalten. Zusätzlich wurden innerhalb der Untersuchung bereits drei grundsätzlich unterschiedliche Mischungen des Reibmaterials verwendet und für diese die Gültigkeit der bestimmten Vorhersagemodelle nachgewiesen.

Es bleibt jedoch anzumerken, dass die hier vorgestellten Ergebnisse zunächst nur für das untersuchte Referenzbremssystem experimentell validiert sind. Eine Untersuchung der Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Sattelkonzepte steht noch aus.

Hinsichtlich der Übertragbarkeit der Untersuchung am Schwungmassenprüfstand ins Fahrzeug stellt sich zunächst die Frage, ob die Bremssituationen des verwendeten Prüfprogramms repräsentativ für die im Fahrzeug vorherrschenden Bedingungen sind. Grundsätzlich entsprechen die gewählten Schleppbremsungen durch ihre zu lange Bremszeit im Prüfprogramm nicht den im Fahrzeug mit Heißrubbeln verknüpften Bremssituationen. Dieser Ansatz wurde jedoch gewählt um sicherzustellen, dass jeder untersuchten Variante des Bremsbelags die Möglichkeit gegeben wird, das Phänomen Heißrubbeln auszubilden. Durch die Bildung des Medians aus den 30 durchgeführten Schleppbremsungen, die verschiedene Kombinationen von Bremsmoment, Bremsdruck und Geschwindigkeit darstellen, wurde der Ansatz verfolgt, ein grundsätzlich für Heißrubbeln charakteristisches Feld zu kombinieren. Es wurde damit eine Gesamtbewertung einer Heißrubbelleigung umgesetzt im Gegensatz zu einer phänomenologischen Untersuchung einzelner Bremssituationen entsprechend der Ordnungsanalyse in Kapitel 6.

Offen bleibt die Übertragbarkeit hinsichtlich des grundsätzlich verschiedenen Aufbaus im Fahrzeug. Am Prüfstand wird der Bremssattel bzw. der Achsschenkel starr mit der Welle zur Messung des Momentes verbunden. Die Drehsteifigkeit und Eigenfrequenzen dieses System unterscheiden sich grundsätzlich von der Anbindung innerhalb des Federbeins im Fahrzeug.

Die grundsätzliche Übertragbarkeit der Ergebnisse der Versuchsmethodik in die Praxis wird durch die abgeleiteten Vorhersagemodelle unterstützt. Mittels der Modelle ist es möglich, bereits existierende Bremsbeläge hinsichtlich ihres Potenzials zur Bildung von beispielsweise Bremsmomentschwankungen zu untersuchen und zu vergleichen. Änderungen von Bremsbelageigenschaften können hinsichtlich deren Auswirkungen auf Heißrubbeln bewertet werden. Allerdings bleibt die Problematik bestehen, dass sich die wesentlichen Eigenschaften nicht isoliert voneinander im Produktionsprozess variieren lassen. Somit können mittels der Vorhersagemodelle nur Sollwerte der Bremsbelageigenschaften vorgegeben werden, ob diese innerhalb des Produktionsprozesses erreichbar sind, ist unklar. Zu berücksichtigen sind zudem die jeweiligen Serienanforderungen an die Bremsbeläge, die die mögliche Variationsbreite einschränken. Im Besonderen ist hierbei die Kompressibilität zu nennen. Diese beeinflusst direkt das für viele Kunden wichtige Pedalgefühl. Hierbei wird grundsätzlich ein direktes „knackiges“ Pedalgefühl angestrebt. K6-Werte von Bremsbelägen für Bremsen auf der Hinterachse, wie sie innerhalb dieser Arbeit untersucht wurden, liegen in etwa im Bereich von 80-130 μm . Extremwerte des K6-Wertes von 400 μm , wie sie innerhalb der Untersuchung aufgetreten sind, würden zur Erfüllung der Anforderung an das Pedalgefühl eine grundlegend andere Auslegung des Bremssystems (im speziellen des Hauptbremszylinders) benötigen.

Die grundsätzliche Aussage, dass das Auftreten von großen Bremsmomentschwankungen mit geringer Kompressibilität, niedrigem Dämpfungsmaß und niedrigen Wärmeeindringkoeffizienten korreliert, ist auch ohne die mathematischen Beschreibungen in Form der Modelle anwendbar. Die Parameterkombinationen bei geringen Bremsmomentschwankungen sind jedoch nicht isoliert und eindeutig zu benennen und werden durch Wechselwirkungsterme bestimmt. Hierfür finden die Vorhersagemodelle ihre Anwendung.

7.4.3 Potentielle Erweiterungen der Versuchsmethodik

Die Vorhersagemodelle basieren auf der Hypothese, dass sich die Zielgrößen von Heißrubbeln einzig durch Variation der physikalischen Eigenschaften beschreiben lassen. In den dargestellten Grenzen der jeweiligen Modellgüte konnte dies auch nachgewiesen werden. Es stellt sich die Frage, welche Maßnahmen ergriffen werden könnten, diese Modellgüte also den Anteil der erklärten Varianz zu erhöhen.

Die Auswahl der zu untersuchenden Bremsbelageigenschaften wurde durch die umgesetzte physikalische Modellbildung des Bremssystems getroffen. Bereits bei dessen Definition war bewusst, dass das Modell keine Aussagen über die initiale Verformung der Bremsscheibe treffen kann. Die ausgewählten Bremsbelageigenschaften haben daher nicht den Anspruch verfolgt, alle das Phänomen Heißrubbeln beeinflussende Eigenschaften zu umfassen. Die Erweiterung der Modellvorstellung von der derzeitigen eindimensionalen Abbildung des Phänomens auf eine zweidimensionale Beschreibung des Bremssattels zusätzlich in Umfangrichtung würden weitere potentielle Einflussgrößen wie beispielweise den tangentialen E-Modul des Bremsbelags umfassen.

Die Vorhersagemodelle der entstehenden Deformationen der Bremsscheibe zeigen eine im Vergleich zu den entstehenden Bremsmomentschwankungen geringere Modellgüte. Grundsätzlich werden Bremsscheibendeformationen nur indirekt beeinflusst durch die Komponente Bremsbelag. Dieser dient entsprechend der Wirkungskette als Übertragungsstrecke einer Anregung. Eine potentielle Erweiterung der Untersuchungsmethodik liegt in der Integration von Bremsscheibeneigenschaften als Eingangsgrößen der Regressionsanalyse. Gerade in Bezug auf die Deformationen der Bremsscheibe und insbesondere in Bezug auf die initiale Verwellung wird ein höherer Erklärungsgehalt in den Bremsscheibeneigenschaften als in den Bremsbelageigenschaften vermutet.

8 Fazit

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Untersuchungsmethodik entwickelt und umgesetzt, die es ermöglicht, das Phänomen Heißrubbeln hinsichtlich der auftretenden Ordnungen und damit verknüpfter Phänomene differenzierter und strukturierter zu beschreiben.

Aufgrund der Tatsache, dass es nicht möglich ist, einzelne Bremsbelageigenschaften unabhängig von anderen relevanten Eigenschaften zu variieren, wurde aufgezeigt, dass die Regressionsanalyse das geeignete Werkzeug zur Untersuchung des Einflusses von Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln ist. Zur Parametrisierung der Regressionsmodelle wurde auf Grundlage der statistischen Versuchsplanung ein Versuchsdesign für die Untersuchung am Schwungmassenprüfstand entwickelt.

Die Auswahl der zu untersuchenden Bremsbelageigenschaften geschieht auf Grundlage eines entwickelten Simulationsmodells der entstehenden Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen in der Radbremse. Die vier Eigenschaften Steifigkeit, Dämpfung, Reibbeiwert und Wärmeeindringkoeffizient wurden identifiziert und untersucht. Die Anforderungen der Regressionsanalyse an die Eingangsgrößen machen es notwendig, einen vollfaktoriellen zweistufigen Versuchsplan, der die Eigenschaften beeinflussenden Produktionsmöglichkeiten durchzuführen. Das Resultat dieser systematischen Variation des Produktionsprozesses liefert eine in dieser Breite bisher nicht bekannte Spreizung der Bremsbelageigenschaften. Damit konnte die Grundlage für eine hohe Aussagefähigkeit der Regressionsanalyse geschaffen werden.

Aus der Wirkungskette von Heißrubbeln wurden fünf Kenngrößen für die Messung während der Untersuchung am Schwungmassenprüfstand abgeleitet. Diese umfassen die Verwellung der Bremsscheibe, die Bremsscheibendickenschwankungen, die Temperaturverteilung auf den Reibringen der Bremsscheibe sowie die Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen. Diese als Zeitsignale vorliegenden Messgrößen sind innerhalb der Regressionsanalyse nicht verwendbar, daher werden aus jedem dieser Zeitsignale vier Zielgrößen der Regression abgeleitet. Diese umfassen die maximal auftretende Schwankung in Form von „peak-to-peak“ Werten im Zeitbereich, die Zuwachsrate dieser Schwankung, die maximal auftretende Amplitude im Ordnungsbereich und die Zuwachsrate dieser Amplitude innerhalb der dominanten Ordnung. Damit werden für jede Bremsung aus den Zeitsignalen der fünf Kenngrößen, vier als konstante Werte abgeleitete Zielgrößen für die Verwendung innerhalb der Regressionsanalyse berechnet. Maximale Amplituden und „peak-to-peak“ Werte ermöglichen die Beurteilung der Schwere des Auftretens und die Zuwachsraten die Beurteilung der Änderungsgeschwindigkeit. Durch die Unterscheidung zwischen dem Zeit- und Ordnungsbereich wird es ermöglicht, die Ordnungsanalyse von Heißrubbeln durchzuführen.

Grundsätzlich lässt sich anhand der Ergebnisse der Ordnungsanalyse Heißrubbeln in die beiden Bereiche der niedrigen (1.-3.) und hohen (5.-20.) Ordnungen unterscheiden. Diese beiden Ordnungsbänder treten weitestgehend unabhängig voneinander auf und können daher separiert betrachtet werden.

Innerhalb der hohen Ordnungen (≥ 5 .) konnten die beiden Phänomene des ordnungsgetreuen und des frequenzgetreuen Verhaltens identifiziert und hinsichtlich ihrer Wirkungskette unterschieden werden.

Das ordnungsgetreue Verhalten im Bereich der 9.-12. Ordnung spiegelt die grundlegende Wirkungskette nach Sardá wieder. Die wellenförmige Deformation der Bremsscheibe erfolgt zeitlich vor der Entstehung einer Temperaturschwankung über den Umfang. Zudem konnte festgestellt werden, dass nicht wie ursprünglich vermutet, allein die Bremsscheibe für die sich ausprägende Form der Verwellung verantwortlich ist, sondern auch der Bremsbelag die Ordnung der Deformation beeinflusst.

Das frequenzgetreue Verhalten im Bereich der 11.-15. Ordnung zeigt eine andere Wirkungskette. Die Anzahl der Hotspots variiert hier in Abhängigkeit einer Frequenz um ca. 370 Hz. Innerhalb einer Bremsung entstehen zunächst die Temperaturschwankungen über den Umfang und erst darauffolgend die Bremsscheibendeformationen. Eine relevante Schwingform des Bremsenhalters konnte durch Simulation dargestellt und die dazugehörige Eigenfrequenz aufgezeigt werden.

Im Rahmen dieser Ordnungsanalyse von Heißrubbeln wurde nachgewiesen, dass die Bremsbeläge eine wichtige Rolle innerhalb der Wirkungskette von Heißrubbeln einnehmen. Sowohl die Initialstörung des Systems hinsichtlich der sich ausbildenden ordnungsgetreuen Bremsscheibendeformation, als auch die sich ausbildenden Amplituden der resultierenden Bremsmomentschwankung sind durch die Variation des Bremsbelags beeinflussbar. Ebenfalls hat der Bremsbelag hinsichtlich des frequenzgetreuen Verhaltens Einfluss auf die Reibleistung während der Schwingungen des Sattels und somit auf die Ausprägung einer Verwellung der Bremsscheibe in der relevanten Ordnung.

Die Ergebnisse der Regressionsanalyse in Form der Vorhersagemodelle liefern die Möglichkeit, die entstehenden Kenngrößen von Heißrubbeln von bestehenden Bremsbelägen systematisch zu verringern, deren Potential zur Generation von Bremsmomentschwankungen zu bestimmen und neue Bremsbeläge gezielt hinsichtlich deren Erzeugung von Heißrubbeln zu entwickeln. Wechselwirkungen von sich ändernden Eigenschaften können parallel erfasst und vorhergesagt werden.

Durch Auswertung der Quotienten aus Bremsmoment und Verwellung bzw. Bremsmoment und Bremsscheibendickenschwankung konnte der bekannte Zusammenhang nochmals nachgewiesen werden, dass das Bremssystem sensibler auf eine Dickenchwankung reagiert. Die Regressionsanalyse mit diesen Quotienten als Zielgröße

erbrachte die neue Erkenntnis, dass dieser statistisch signifikant mit den Bremsbelageigenschaften verknüpft ist.

Die Analyse der Ergebnisse hinsichtlich deren Abhängigkeit vom Ablauf der Bremsungen innerhalb des Prüfprogramms, beginnend mit momentgeführten und gefolgt von druckgeführten Schleppbremsungen haben gezeigt, dass die für beide Bereiche separat bestimmten Vorhersagemodelle grundsätzlich die gleichen Aussagen treffen.

Zusammenfassend lässt sich für die Ergebnisse der Regressionsanalyse festhalten, dass hohe Werte der Kenngrößen von Heißrubbeln mit einer Abnahme der Kompressibilität, einer Abnahme der Dämpfung und einer Abnahme des Wärmeeindringkoeffizienten korrelieren. Die Parameterkombinationen bei geringen Bremsmomentschwankungen sind jedoch nicht isoliert und eindeutig zu benennen und werden durch Wechselwirkungsterme bestimmt. Die empirisch bestimmten Zusammenhänge zwischen der Kompressibilität und den Kenngrößen sowie zwischen dem Wärmeeindringkoeffizienten und den Kenngrößen, bestätigen hierbei die Zusammenhänge des bestehenden Erklärungsmodells von Heißrubbeln. Hinsichtlich des empirisch ermittelten Zusammenhangs von Dämpfung und den Kenngrößen widersprechen die empirischen Ergebnisse dem bekannten Modell. Potentielle Erklärungen dieser Abweichungen wurden zu den jeweiligen Kenngrößen formuliert.

Gerade in Bezug auf den Zusammenhang von niedrigen Werten der Wärmeeindringkoeffizienten und hohen entstehenden Bremsmomentschwankungen deutet sich für die Zukunft eine neue Problemstellung ab. In den US-Bundestaaten Washington und Kalifornien wird per Gesetzgebung innerhalb der nächsten Jahre ein Verbot von Kupfer als Bestandteil der Reibmaterialmischungen umgesetzt. Viele Fahrzeughersteller, die weltweit, aber auch diese Regionen beliefern, wollen nicht verschiedene Bremsbeläge innerhalb einer Baureihe verwenden müssen. Die Lastenheft-Vorgabe vieler Hersteller umfasst daher bereits oft die Anforderung der Kupferfreiheit. Damit einhergehen tendenziell verringerte Wärmeeindringkoeffizienten, da der Bestandteil Kupfer als sehr guter Wärmeleiter fehlen wird.

Die Problemstellung der gezielten Variation von Bremsbelageigenschaften zur Optimierung ihres Verhaltens bezüglich Heißrubbels konnte in Form der Vorhersagemodelle zwar beantwortet werden, offen geblieben ist jedoch die Fragestellung hinsichtlich deren Anwendbarkeit im Entwicklungsprozess der Praxis. Anforderungen an Bremsbeläge sind vielseitig, verschiedenartig und bereits voller Zielkonflikte. Eine methodische Vorgehensweise, diese Anforderungen und Zielkonflikte ganzheitlich zu erfassen, um zwischen diesen ein Optimum zu bestimmen, ist dem Autor nicht bekannt. Einen kleinen Baustein hierzu, in Form der Analyse des Komfortproblems Heißrubbeln, konnte die vorliegende Arbeit liefern. Auf dem Weg dorthin werden jedoch noch weitere interessante und spannende Problemstellungen rund um den Bremsbelag gelöst werden müssen.

A Anhang

A.1 Bremsbelageigenschaften Messverfahren

A.1.1 Eigenfrequenzanalyse

Der Ermittlung der Belagsteifigkeit bzw. des E-Moduls mithilfe der Eigenfrequenzanalyse liegt ein mechanisches Modell zugrunde. Dieses basiert auf dem linear, isotropen Werkstoffgesetz und beruht auf der Annahme, dass die Eigenfrequenz eines Körpers proportional zu den Elastizitätskennwerten ist.¹²⁹ Die Berechnung des E-Moduls erfolgt nach folgender speziell für Reibmaterialien abgeleiteten Gleichung:

$$E_x = \frac{f^2 m}{4b} \left[\left(\frac{L}{h} \right)^3 3933,2 + \frac{L}{h} + 22635 \right] \quad \text{A1}$$

Mit	f	Hz	Schwingfrequenz
	m	kg	Probenmasse
	L, b, h	m	Probenabmessungen

Während der Analyse wird der Belag durch eine mechanische Anregung in Schwingung versetzt und das Schwingungssignal mithilfe eines Sensors erfasst. Durch eine Frequenzanalyse wird die dominante Grundfrequenz des Schwingungssignals ermittelt und nach Gleichung (A1) der E-Modul berechnet. Abbildung 73 zeigt schematisch den Aufbau der Eigenfrequenzanalyse.

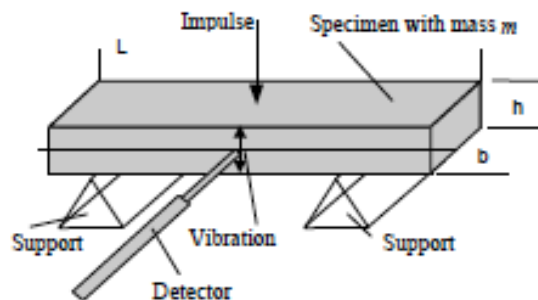


Abbildung 73: Schematischer Aufbau der Eigenfrequenzanalyse¹²⁹

¹²⁹ Brecht, J.; et al.: [Elastic properties of friction materials, 2003]

Die Vorteile der Eigenfrequenzanalyse liegen in der kurzen Vorbereitungszeit, einer hohen Genauigkeit und der Möglichkeit der gleichzeitigen Bestimmung von Eigenfrequenz und E-Modul. Eingeschränkt wird das Verfahren durch den unkalkulierbaren Einfluss der Zwischenschicht, der Maximaltemperatur, bis zu der eine Prüfung möglich ist, und die Tatsache, dass die Beläge nur ohne überlagerte Druckbelastung gemessen werden können.¹³⁰

Die Bestimmung des Dämpfungsmaßes oder genauer Lehr'schen Dämpfungsmaßes erfolgt dabei mittels des SDOF-Verfahrens (single degree of freedom) nach der „Peak-Amplitude-Methode“. Hierzu wird aus dem gemessenen Frequenzgang die erste Eigenfrequenz ν_e identifiziert und das modale Dämpfungsmaß D berechnet. Zur Berechnung wird dabei davon ausgegangen, dass in einem Frequenzintervall um die Eigenfrequenz die Amplitude der Übertragungsfunktion sich näherungsweise wie jene eines Einmassenschwingers verhält. Die Beeinflussung durch eine benachbarte Eigenfrequenz muss dabei vernachlässigbar sein, weshalb die SDOF-Methode nur bei deutlicher Trennung der Eigenfrequenzen anwendbar ist.¹³¹

Unter dieser Voraussetzung ergibt sich das Dämpfungsmaß der ersten Eigenfrequenz D_e zu:

$$D_e = \frac{\nu_2 - \nu_1}{2\nu_e} \quad \text{A2}$$

Dabei sind ν_1 und ν_2 die Frequenzwerte der zur Eigenfrequenz ν_e gehörenden sogenannten „half-power points“ an denen das Amplitudenverhältnis näherungsweise der Wurzel aus zwei bzw. 3 dB entspricht. Abbildung 74 verdeutlicht nochmals die Vorgehensweise.¹³¹

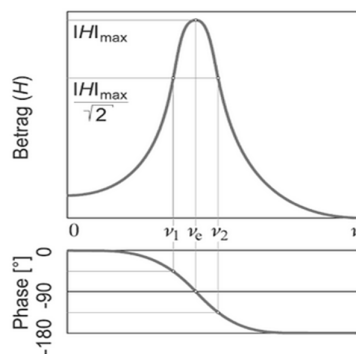


Abbildung 74: Ermittlung des modalen Dämpfungsmaßes durch Bestimmung der „half-power points“¹³¹

¹³⁰ Kurze, T.; Ochs, T.; Nalepa, E.: [Elastische Konstanten von Bremsbelägen, 2009]

¹³¹ Kollmann, F. G.; Schösser, T. F.; Angert, R.: [Praktische Maschinenakustik, 2006], S.278

A.1.2 Ultraschallanalyse

Das Ultraschallverfahren stellt ein zerstörungsfreies Prüfverfahren dar und basiert auf der Methode der Übertragung von ebenen Wellen. Im Handel erhältliche Systeme wie das ETEK¹³² sind speziell für die Messung von elastischen Kennwerten, unter anderem von Reibbelägen, entwickelt und beruhen auf der Annahme, dass die Schallgeschwindigkeit im Medium proportional zu den elastischen Kennwerten und der Dichte des Mediums ist.¹³³

Basierend auf dieser Annahme wird die Zeit bestimmt, die eine Ultraschallwelle mit einer Frequenz zwischen 1 MHz und 3 MHz benötigt, um das Material zu durchdringen. Abbildung 75 zeigt schematisch den Messaufbau sowie als Beispiel den Signalverlauf während einer Messung mit 1 MHz.

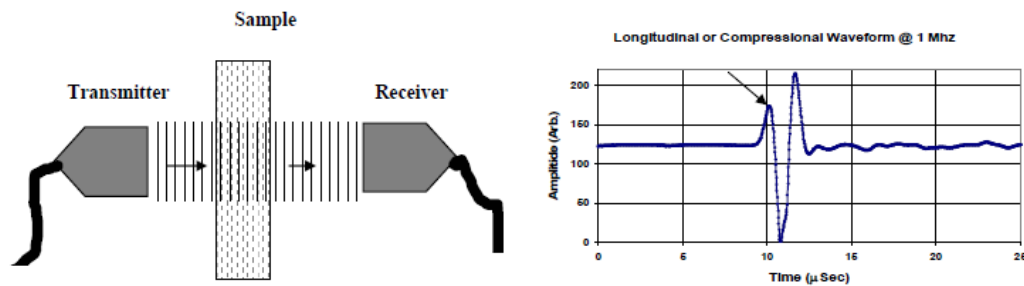


Abbildung 75: Aufbau und Signalverlauf der Ultraschallanalyse¹³⁴

Aus der benötigten Zeit und der daraus resultierenden Schallgeschwindigkeit im Belag wird der E-Modul bestimmt, wobei zur Vereinfachung von einer konstanten Materialdichte ausgegangen wird.¹³³ Abbildung 76 zeigt beispielhaft die Ergebnisse einer Messung des Schubmoduls in Abhängigkeit von der Belastung.

¹³² Instustrial Measurements Systems, Inc.: [ETEK System : Example of Load..]

¹³³ Yuhas, D. E.; et al.: [Non-linear Aspects of Friction Material Elastic Constants, 2006]

¹³⁴ Instustrial Measurements Systems, Inc.: [ETEK System : Example of Load..]

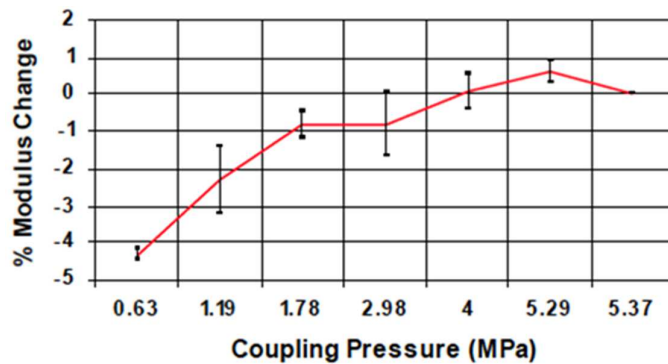


Abbildung 76: Änderung des Schubmoduls in Abhängigkeit von der Belastung¹³⁴

Die Abmessungen des Ultraschallwandlers führen zu einer lokalen Beschränkung der Messung. Durch Messung an unterschiedlichen Stellen der Belagoberfläche kann die Inhomogenität des Materials aufgezeigt werden, die durch die Abweichungen der elastischen Kennwerte entsteht. Daraus resultiert, dass bei der Messung mit dem Ultraschallverfahren immer die Position der Messung berücksichtigt werden muss und vergleichende Messungen an unterschiedlichen Positionen durchgeführt werden. Abbildung 77 zeigt Ergebnisse einer solchen Messung an sieben Positionen. Anhand der Ergebnisse wird der Einfluss der Inhomogenität des Materials durch die Unterschiede in der gemessenen Geschwindigkeit sichtbar.¹³⁵

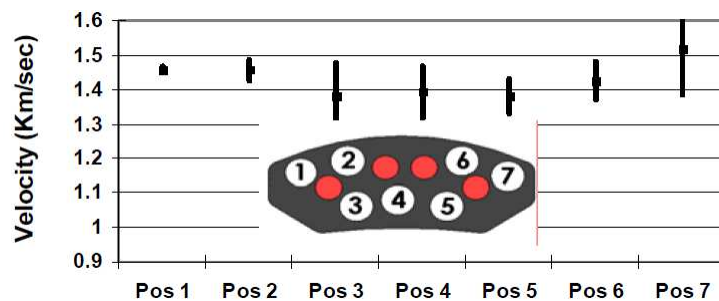


Abbildung 77: Gemessene Geschwindigkeit der Ultraschallanalyse an verschiedenen Messpunkten einer Belagoberfläche¹³⁵

Vorteil dieser Methode ist die Möglichkeit, die Messung unter realen Bedingungen, zum Beispiel in einem Temperaturbereich von -40°C bis 320°C durchzuführen. Nachteile sind die lokale Beschränkung der Messung und der daraus resultierenden Fehlerquelle aufgrund der räumlichen Inhomogenität, eine komplexe Auswertung der Ergebnisse, die kostenintensive Messtechnik und die fehlende Genauigkeit bei der Messung von Materialien mit hoher Dämpfung.¹³⁶

¹³⁵ Yuhas, D. E.; et al.: [Non-linear Aspects of Friction Material Elastic Constants, 2006]

¹³⁶ Instutrial Measurements Systems, Inc.: [ETEK System : Example of Load,..]

A.1.3 Kompressibilitätsmessung

Bei der Kompressibilitätsmessung wird der Belag durch einen Hydraulikzylinder mit mehreren Zyklen zwischen 5 und 160 bar Kolbendruck belastet. Anhand der gemessenen Dehnung werden die in der Industrie charakteristischen K3 und K6 Werte ermittelt. Der K3 Wert entspricht der Dehnung nach der dritten Belastung und der K6 Wert der Dehnung nach der sechsten Belastung (jeweils abzüglich der Dehnung bei 5 bar). Abbildung 78 zeigt schematisch den Verlauf der aufgebrachten Spannung über der Zeit sowie das Messergebnis der Dehnung über dem Zylinderdruck für den ersten und dritten Zyklus.¹³⁷

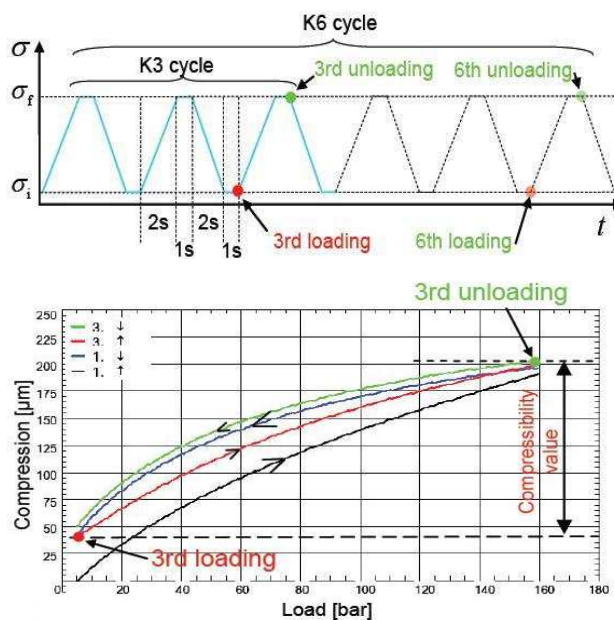


Abbildung 78: Spannungverlauf über der Zeit (oben) und Dehnungsverlauf über dem Zylinderdruck bei der Kompressibilitätsmessung des K3 Wertes (unten)¹³⁷

A.1.4 Spezifische Materialkompressibilität

Eine Weiterentwicklung der Kompressibilitätsmessung wird in der Literatur^{137,138} beschrieben. Diese weist im Gegensatz zu der vorher beschriebenen Methode, bei der der ganze Belag belastet wird, eine partielle Belastung des Belags auf. Durch die partielle Belastung werden verschiedene Nachteile der Kompressibilitätsmessung hinsichtlich der Einflüsse einer unebenen Belagoberfläche, der Welligkeit der Belagträgerplatte oder

¹³⁷ Wegmann, E.; Stenkamp, Axel; Dohle, A.: [Viscoelastic properties of brake pads, 2009]

¹³⁸ Steege, R.; Marx, F.: [Material compressibility of brake pads, 2008]

Phasen und Einstichen im Belagmaterial minimiert. Abbildung 79 zeigt schematisch den Aufbau der Messung.

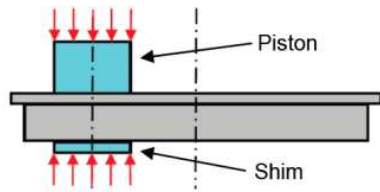


Abbildung 79: Partielle Belastung des Bremsbelags bei der weiterentwickelten Kompressibilitätsprüfung¹³⁹

Innerhalb der Messung wird die Prüflast zwischen den Grenzen 0,1 MPa und 11 MPa variiert. Dabei werden nicht die Werte der Dehnung aufgezeichnet, sondern die Stauchung, die definiert ist als Dickenänderung, bezogen auf die Ausgangsdicke. Die spezifische Materialkompressibilität ergibt sich als prozentualer Wert aus der Stauchung bei 7,5 MPa (~ 160 bar) abzüglich der Stauchung bei 0,23 MPa (~5 bar). Die Kompressibilitätsmessung aus dem Kapitel zuvor beschreibt eine Bauteilverformung, wohingegen hiermit versucht wird, einen Materialkennwert zu ermitteln. Festzuhalten ist, dass auch mittels dieser Messung keine viskosen oder plastischen Eigenschaften des Bremsbelags untersucht werden.¹⁴⁰

Durch eine Abänderung des Verlaufs der aufgebrachten Spannung über der Zeit, wird eine Identifikation von viskoelastischem Belagverhalten mithilfe der weiterentwickelten Kompressibilitätsmessung in Form eines Kriechtests ermöglicht. Abbildung 38 zeigt diesen abgeänderten Verlauf der aufgebrachten Spannung durch den Zylinder. Im rechten Teil der Darstellung wird ein Ausschnitt aus dem Spannungs- und Dehnungsverlauf dargestellt. Der Einfluss der Viskoelastizität wird in der Relaxation während des Halten der Spannung, beschrieben durch die Dehnung B5, erkennbar und beschrieben.

¹³⁹ Wegmann, E.; Stenkamp, A.: [Model approach for friction materials, 2011]

¹⁴⁰ Steege, R.; Marx, F.: [Material compressibility of brake pads, 2008]

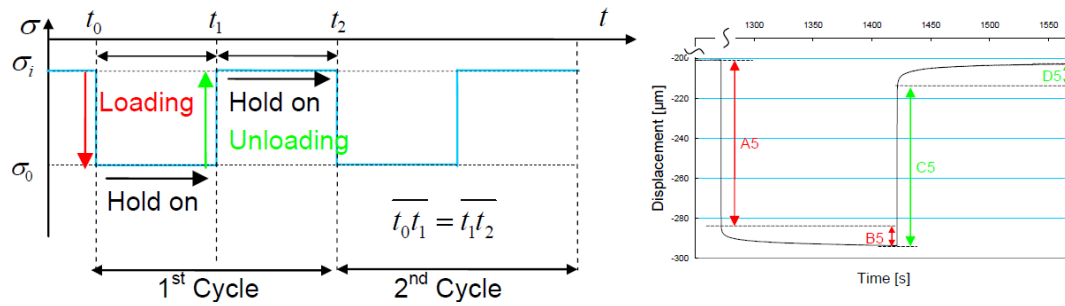


Abbildung 80: Spannungsverlauf über die Zeit (links) und resultierender Dehnungsverlauf (links) beim Kriechtest¹⁴¹

A.2 Viskoelastizität

A.2.1 Definition und Phänomene

Der Begriff der Viskoelastizität beschreibt das zeitabhängige Deformationsverhalten von Werkstoffen¹⁴². Zu diesen viskoelastischen Werkstoffen zählen zum Beispiel Kunststoffe oder Metalle bei hohen Temperaturen¹⁴³. Die Theorien der linearen Elastizität und der newtonschen Flüssigkeiten liefern keine ausreichende Beschreibung für das dynamische Verhalten realer Werkstoffe¹⁴⁴, da viskoelastische Werkstoffe im Vergleich zu den idealisierten, linear-elastischen Werkstoffen folgende für die Anwendung der Werkstoffe relevante Effekte aufweisen: das „Kriechen“ beschreibt die Zunahme der Dehnung bei konstanter Spannung¹⁴³, während bei der sogenannten „Relaxation“ eine Abnahme der Spannung bei konstanter Dehnung stattfindet¹⁴⁴. Erklärt werden die beschriebenen Effekte durch innere Fließvorgänge, speziell bei Kunststoffen durch Umlagerungen der Polymerketten in der Werkstoffmatrix¹⁴⁵. Bei Relaxations- bzw. Kriechtests werden diese Phänomene sichtbar. Die Spannungs-Dehnungs-Verläufe sind in Abbildung 81 dargestellt und zeigen die bereits beschriebene Spannungsabnahme über der Zeit bei konstanter Dehnung beim Relaxationstest sowie die Zunahme der Dehnung bei konstanter Spannung beim Kriechtest¹⁴⁶.

¹⁴¹ Wegmann, E.; Stenkamp, A.; Dohle, A.: [Viscoelastic properties of brake pads, 2009]

¹⁴² Bockenheimer, A.: [Vorlesung Werkstoffkunde der Kunststoffe, 2010], (Kapitel 7)

¹⁴³ Flügge, W.: [Viscoelasticity, 1967], S.2

¹⁴⁴ Haddad, Y.M.: [Viscoelasticity of engineering materials, 1995], (Introduction)

¹⁴⁵ Menges, G.; et al.: [Werkstoffkunde Kunststoffe, 2002], S.152ff

¹⁴⁶ Schmiedel, H.: [Kunststoffprüfung, 1992], S.58ff

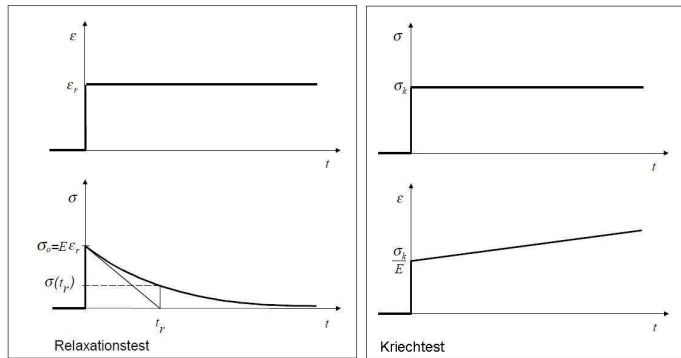


Abbildung 81: Spannungs-Dehnungsverläufe für Relaxation (links) und Kriechen (rechts)¹⁴⁷

Als weiterer Effekt des viskoelastischen Verhaltens tritt bei dynamischer, oszillierender Belastung eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Dehnung auf¹⁴⁸. In Abbildung 82 sind als Beispiel der Spannungs- und Dehnungsverlauf über die Zeit sowie die Phasenverschiebung zwischen den beiden Verläufen eines viskoelastischen Werkstoffs dargestellt.

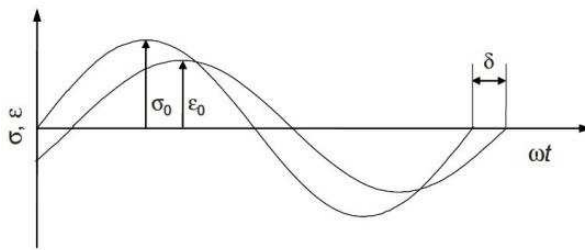


Abbildung 82: Phasenverschiebung zwischen Spannung und Dehnung bei dynamischer Belastung viskoelastischer Werkstoffe¹⁴⁹

Haddad gliedert die verschiedenen Effekte der Viskoelastizität in lineare, nichtlineare, dynamische und thermische Viskoelastizität. Die lineare Viskoelastizität beschreibt das lineare Werkstoffverhalten bei kleinen Dehnungen, während die nichtlineare Viskoelastizität weitere Effekte bei großen Dehnungen beschreibt. Viskoelastische Effekte wie die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Dehnung bei oszillierender Anregung werden durch die dynamische Viskoelastizität beschrieben und das temperaturabhängige, viskoelastische Werkstoffverhalten wird durch die thermische Viskoelastizität behandelt.¹⁴⁸

¹⁴⁷ Bertram, A.: [Festigkeitslehre, 2006], S.14 ff

¹⁴⁸ Haddad, Y.M.: [Viscoelasticity of engineering materials, 1995] (Dynamic Viscoelasticity)

¹⁴⁹ Bonnet, M.: [Kunststoffe in der Ingenieuranwendung, 2009], S.17

A.2.2 Temperatureinfluss

Zusätzlich zur Zeitabhängigkeit weisen viskoelastische Stoffe eine Temperaturabhängigkeit der dynamisch-mechanischen Eigenschaften auf. Mit steigender Temperatur dehnt sich der Werkstoff aus und die Beweglichkeit der Molekülsegmente nimmt zu, wodurch eine Fließbewegung ermöglicht wird. Die Temperaturabhängigkeit ist demnach auf den gleichen inneren Mechanismus zurückzuführen wie die zeitabhängigen Phänomene der Relaxation und Retardation¹⁵⁰. Die Temperaturabhängigkeit der Module kann mithilfe der dynamisch-mechanischen Analyse (DMA) ermittelt werden und ist in Abbildung 83 am Beispiel Polybutylenterephthalat (PBT) dargestellt. Bei der DMA handelt es sich um einen Torsionsschwingversuch, wobei das Maß für die dynamischen Eigenschaften der Werkstoffprobe das Schubmodul G ist.¹⁵¹

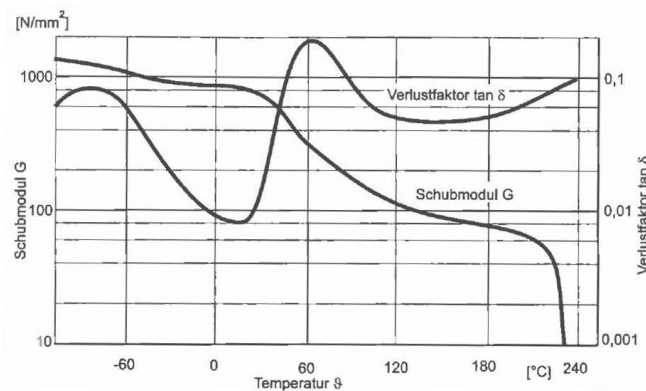


Abbildung 83: Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls und des Verlustfaktors von PBT¹⁵⁰

A.3 Regressionsanalyse

A.3.1 Beurteilung von Modellgüte

In Tabelle 19 sind mögliche und von AVL¹⁵² empfohlene Werte der statistischen Kenngrößen für die Beurteilung der Modellqualität aufgelistet.

¹⁵⁰ Menges, G.; et al.: [Werkstoffkunde Kunststoffe, 2002] S.152 ff

¹⁵¹ Menges, G.; et al.: [Werkstoffkunde Kunststoffe, 2002] S.173ff

¹⁵² AVL, Cameo User's Guide, 2010

Tabelle 19: Empfohlene Werte zur Beurteilung der Modellgüte¹⁵³

	Wertebereich	Sehr gut	Gut	Mittel	Schwach
Bestimmtheitsmaß (R^2)	0 bis 10	$\geq 0,95$	$\geq 0,8$	$\geq 0,5$	$< 0,5$
Angepasstes Bestimmtheitsmaß (R^2_{adj})	$-\infty$ bis 1	$\geq 0,95$	$\geq 0,8$	$\geq 0,5$	$< 0,5$
Maß zur Beurteilung der Vorhersage-wahrscheinlichkeit (R^2_{pred})	$-\infty$ bis 1	$\geq 0,9$	$\geq 0,6$	$\geq 0,4$	$< 0,4$

A.3.2 Variationen der Einflussgrößen als Reziproke

Tabelle 20: Einfluss auf die Modellgüte bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit den gemessenen Zielgrößen $\alpha_{M1,k}^{\text{median}}(X_k)$ und $\alpha_{\bar{M},\text{dom},k}^{\text{median}}(X_k)$

$\alpha_{M1}^{\text{median}}$	Prüfungen auf Heteroskedastie ($< 0,05$)			Keine Normal-verteilung (> 6)	Modellgüte		
	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,11	0,42	0,79	2,32	0,76	0,71	0,59
1000	0,13	0,35	0,42	1,90	0,76	0,72	0,55
0100	0,02	0,27	0,23	0,41			
0010	0,09	0,57	0,05	0,42	0,63	0,55	0,32
0001	0,03	0,20	0,00	10,54			
1100	0,11	0,45	0,53	3,52	0,78	0,72	0,53
1010	0,35	0,74	0,66	2,19	0,77	0,72	0,54
1001	0,03	0,25	0,05	12,07			
0110	0,12	0,41	0,34	0,46	0,67	0,58	0,31
0101	0,09	0,36	0,04	17,34			
0011	0,08	0,56	0,03	17,24			
1110	0,16	0,55	0,64	4,16	0,79	0,72	0,49
1101	0,03	0,14	0,11	9,17			
1011	0,04	0,28	0,07	10,59			
0111	0,10	0,35	0,07	19,02			
1111	0,04	0,12	0,14	9,33			
$\alpha_{\bar{M},\text{dom}}^{\text{median}}$	Prüfungen auf Heteroskedastie ($< 0,05$)			Keine Normal-verteilung (> 6)	Modellgüte		
	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,19	0,57	0,84	7,82			
1000	0,32	0,23	0,90	3,82	0,71	0,65	0,44
0100	0,20	0,80	0,74	4,95	0,74	0,69	0,52
0010	0,06	0,06	0,10	3,75	0,48	0,36	0,05
0001	0,02	0,05	0,00	1,87			
1100	0,31	0,75	0,81	7,88			
1010	0,28	0,31	0,76	4,24	0,60	0,50	-0,04
1001	0,02	0,08	0,00	36,20			
0110	0,22	0,82	0,78	4,94	0,74	0,69	0,48
0101	0,15	0,30	0,24	14,40			
0011	0,04	0,09	0,02	19,83			
1110	0,45	0,18	0,87	0,75	0,65	0,56	0,13
1101	0,09	0,05	0,00	56,40			
1011	0,01	0,03	0,09	7,87			
0111	0,18	0,28	0,22	20,48			
1111	0,10	0,04	0,00	59,23			

¹⁵³ AVL, Cameo User's Guide, 2010

Tabelle 21: Einfluss auf die Modellgüte bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit den gemessenen Zielgrößen $DTV_{pp,max,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$, $\alpha_{DTV,dom,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$, $\alpha_{DTV1,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ und $\widehat{DTV}_{MAX,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$

Zielgröße:	Prüfungen auf Heteroskedastie (< 0,05)			Keine Normalverteilung (>6)	Modellgüte		
$DTV_{MAX}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,54	0,70	0,19	1,50	0,67	0,59	0,49
1000	0,67	0,38	0,14	1,80	0,68	0,61	0,54
0100	0,53	0,75	0,33	1,23	0,58	0,50	0,35
0010	0,14	0,52	0,16	0,61	0,61	0,53	0,44
0001	0,18	0,71	0,11	1,15	0,56	0,47	0,26
1100	0,58	0,63	0,23	2,66	0,65	0,58	0,45
1010	0,36	0,33	0,17	2,35	0,68	0,62	0,55
1001	0,56	0,84	0,17	2,93	0,55	0,46	0,10
0110	0,25	0,72	0,58	1,58	0,59	0,52	0,31
0101	0,42	0,67	0,10	1,90	0,43	0,32	0,23
0011	0,04	0,53	0,01	0,95			
1110	0,23	0,48	0,37	3,17	0,66	0,60	0,44
1101	0,47	0,49	0,11	3,01	0,51	0,42	0,10
1011	0,19	0,60	0,13	1,61	0,50	0,41	0,00
0111	0,04	0,45	0,01	0,71			
1111	0,22	0,55	0,09	1,41	0,49	0,40	0,07
$\alpha_{DTV,dom}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,141	0,528	0,000	8,45			
1000	0,141	0,591	0,008	11,47			
0100	0,282	0,598	0,001	9,26			
0010	0,141	0,519	0,000	16,98			
0001	0,123	0,429	0,000	22,87			
1100	0,301	0,751	0,034	17,89			
1010	0,146	0,608	0,009	24,89			
1001	0,135	0,568	0,003	23,54			
0110	0,287	0,593	0,002	16,98			
0101	0,305	0,460	0,000	17,25			
0011	0,127	0,427	0,000	21,68			
1110	0,313	0,757	0,041	26,54			
1101	0,353	0,716	0,019	20,88			
1011	0,145	0,591	0,003	21,58			
0111	0,320	0,454	0,001	16,58			
1111	0,373	0,716	0,020	22,35			
$DTV_{pp,max}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,26	0,48	0,14	8,94			
1000	0,21	0,35	0,19	11,08			
0100	0,20	0,61	0,14	8,94			
0010	0,45	0,48	0,40	17,43			
0001	0,57	0,77	0,66	23,25			
1100	0,33	0,70	0,55	17,01			
1010	0,45	0,52	0,41	22,57			
1001	0,55	0,72	0,88	21,92			
0110	0,31	0,52	0,40	17,43			
0101	0,42	0,77	0,66	23,25			
0011	0,71	0,42	0,25	17,61			
1110	0,56	0,86	0,81	23,04			
1101	0,76	0,81	0,83	20,87			
1011	0,62	0,42	0,14	22,26			
0111	0,67	0,45	0,14	20,56			
1111	0,69	0,69	0,16	29,38			
$\alpha_{DTV1}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,53	0,79	0,76	20,88			
1000	0,46	0,63	0,60	22,56			
0100	0,52	0,95	0,94	13,72			
0010	0,52	0,93	0,99	11,45			
0001	0,53	0,91	0,95	17,33			
1100	0,40	0,86	0,60	22,56			
1010	0,42	0,64	0,60	18,24			
1001	0,55	0,79	0,69	20,99			
0110	0,52	0,95	0,99	11,45			
0101	0,47	0,94	0,95	17,33			
0011	0,51	0,92	1,00	14,19			
1110	0,38	0,84	0,60	18,24			
1101	0,54	0,92	0,69	20,99			
1011	0,52	0,80	0,71	17,28			
0111	0,49	0,94	1,00	14,19			
1111	0,54	0,90	0,71	17,28			

Tabelle 22: Einfluss auf die Modellgüte bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit den gemessenen Zielgrößen $\nu_{pp,max,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$, $\alpha_{\hat{\nu},dom,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ und $\hat{\nu}_{v1,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$

Zielgröße:	Prüfungen auf Heteroskedastie (< 0,05)			Keine Normalverteilung (>6)	Modellgüte		
$\hat{\nu}_{MAX}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,07	0,13	0,01	2,73			
1000	0,05	0,15	0,03	2,96			
0100	0,05	0,19	0,01	2,73			
0010	0,03	0,07	0,00	2,67			
0001	0,04	0,21	0,01	2,73			
1100	0,04	0,24	0,03	2,96			
1010	0,13	0,42	0,04	2,37			
1001	0,18	0,61	0,10	2,53	0,45	0,39	0,29
0110	0,04	0,26	0,02	1,91			
0101	0,01	0,37	0,01	1,65			
0011	0,03	0,39	0,01	2,01			
1110	0,10	0,30	0,06	2,87	0,44	0,38	0,31
1101	0,09	0,40	0,05	2,43			
1011	0,12	0,51	0,06	2,72	0,47	0,42	0,31
0111	0,02	0,33	0,01	1,75			
1111	0,07	0,39	0,05	2,66	0,44	0,39	0,33
$\alpha_{\hat{\nu},dom}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,918	0,776	0,480	9,14			
1000	0,858	0,911	0,629	18,90			
0100	0,890	0,833	0,525	8,30			
0010	0,917	0,782	0,633	9,30			
0001	0,916	0,809	0,387	12,50			
1100	0,820	0,933	0,611	16,30			
1010	0,862	0,947	0,705	11,50			
1001	0,853	0,939	0,623	10,50			
0110	0,893	0,819	0,558	15,90			
0101	0,881	0,867	0,504	16,50			
0011	0,916	0,808	0,556	10,14			
1110	0,821	0,958	0,639	9,54			
1101	0,798	0,965	0,610	10,50			
1011	0,856	0,964	0,718	9,17			
0111	0,884	0,850	0,541	8,17			
1111	0,799	0,980	0,637	16,80			
$\nu_{pp,max}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,83	0,12	0,40	0,56	0,663	0,618	0,521
1000	0,98	0,44	0,77	1,10	0,610	0,559	0,456
0100	0,44	0,20	0,62	1,11	0,581	0,526	0,418
0010	0,46	0,23	0,84	0,38	0,684	0,633	0,540
0001	0,57	0,27	0,57	0,47	0,599	0,546	0,424
1100	0,51	0,37	0,88	0,72	0,525	0,462	0,325
1010	0,54	0,38	0,80	2,28	0,577	0,522	0,415
1001	0,89	0,36	0,70	0,87	0,594	0,541	0,427
0110	0,39	0,21	0,74	0,89	0,585	0,530	0,408
0101	0,46	0,18	0,70	0,85	0,591	0,537	0,439
0011	0,49	0,21	0,72	0,56	0,605	0,553	0,429
1110	0,49	0,28	0,77	1,34	0,537	0,476	0,352
1101	0,33	0,33	0,99	0,31	0,528	0,465	0,357
1011	0,85	0,31	0,59	1,96	0,601	0,548	0,442
0111	0,41	0,17	0,80	0,69	0,597	0,544	0,446
1111	0,36	0,25	0,91	0,89	0,540	0,480	0,380
$\alpha_{v1}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,69	0,69	0,96	0,24	0,523	0,446	0,305
1000	0,33	0,63	0,99	0,35	0,463	0,376	0,242
0100	0,15	0,55	0,72	0,49	0,520	0,442	0,321
0010	0,49	0,73	0,94	0,44	0,532	0,456	0,328
0001	0,14	0,39	0,93	0,67	0,490	0,407	0,255
1100	0,14	0,52	0,74	0,08	0,453	0,365	0,252
1010	0,13	0,35	0,98	0,26	0,477	0,392	0,258
1001	0,27	0,76	0,93	0,40	0,437	0,345	0,186
0110	0,16	0,58	0,86	0,46	0,498	0,416	0,286
0101	0,16	0,66	0,87	0,56	0,466	0,379	0,189
0011	0,12	0,37	0,94	0,74	0,488	0,405	0,153
1110	0,13	0,45	0,77	0,13	0,440	0,349	0,221
1101	0,12	0,57	0,74	0,40	0,411	0,316	0,130
1011	0,25	0,73	0,91	0,33	0,438	0,347	0,110
0111	0,16	0,65	0,89	0,68	0,477	0,392	0,117
1111	0,12	0,50	0,78	0,46	0,425	0,332	0,091

Tabelle 23: Einfluss auf die Modellgüte bei systematischer Variation der Einflussgrößen als Reziproke für die Regression mit den gemessenen Zielgrößen $p_{pp,max,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$, $\alpha_{\hat{p},dom,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$, $\alpha_{p1,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$ und $\hat{p}_{MAX,k}^{\text{median}}(\mathbf{X}_k)$

Zielgröße:	Prüfungen auf Heteroskedastie (< 0,05)			Keine Normalverteilung (>6)	Modellgüte		
$\hat{p}_{MAX}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,43	0,16	0,00	1,26			
1000	0,30	0,16	0,00	2,46			
0100	0,52	0,09	0,00	2,67			
0010	0,06	0,16	0,00	0,86			
0001	0,38	0,20	0,01	2,49			
1100	0,27	0,23	0,02	1,73			
1010	0,10	0,24	0,01	0,89			
1001	0,43	0,48	0,01	2,55			
0110	0,01	0,03	0,00	0,99			
0101	0,21	0,10	0,01	3,01			
0011	0,04	0,19	0,00	1,53			
1110	0,01	0,04	0,00	1,06			
1101	0,21	0,13	0,01	2,98			
1011	0,04	0,22	0,00	1,78			
0111	0,01	0,02	0,00	1,55			
1111	0,00	0,01	0,00	1,64			
$\alpha_{\hat{p},dom}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,147	0,087	0,001	1,21			
1000	0,130	0,069	0,001	1,99			
0100	0,184	0,052	0,002	2,49			
0010	0,014	0,046	0,000	0,66			
0001	0,159	0,099	0,002	1,99			
1100	0,115	0,096	0,002	1,61			
1010	0,005	0,004	0,000	1,52			
1001	0,087	0,078	0,002	2,82			
0110	0,004	0,003	0,000	1,60			
0101	0,073	0,038	0,002	2,96			
0011	0,006	0,049	0,000	1,54			
1110	0,005	0,017	0,000	1,30			
1101	0,072	0,065	0,002	2,79			
1011	0,003	0,007	0,000	2,28			
0111	0,003	0,004	0,000	2,35			
1111	0,002	0,010	0,000	2,17			
$p_{pp,max}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,136	0,177	0,123	1,37	0,58	0,48	0,34
1000	0,082	0,285	0,022				
0100	0,076	0,026	0,016				
0010	0,281	0,490	0,174	0,42	0,64	0,57	0,50
0001	0,145	0,040	0,245				
1100	0,059	0,017	0,086				
1010	0,142	0,301	0,152	0,32	0,62	0,56	0,47
1001	0,005	0,036	0,043				
0110	0,302	0,288	0,174	0,42	0,64	0,58	0,50
0101	0,124	0,014	0,245				
0011	0,058	0,328	0,103	1,15	0,57	0,50	0,39
1110	0,174	0,101	0,152	0,32	0,62	0,56	0,47
1101	0,005	0,013	0,043				
1011	0,031	0,229	0,110				
0111	0,061	0,347	0,103	1,15	0,57	0,50	0,39
1111	0,041	0,166	0,110				
$\alpha_{p1}^{\text{median}}$	Breusch-Pagan-Test	White-Test	White nach Wooldridge	Jarque-Bera-Test	R^2	$R^2_{adj.}$	$R^2_{pred.}$
0000	0,175	0,265	0,043	0,02			
1000	0,135	0,107	0,027	0,74			
0100	0,181	0,099	0,030	0,14			
0010	0,174	0,385	0,041	0,31			
0001	0,183	0,040	0,003	11,24			
1100	0,036	0,006	0,003	1,18			
1010	0,085	0,172	0,044	1,35			
1001	0,013	0,080	0,005	3,56			
0110	0,097	0,148	0,044	0,01			
0101	0,144	0,016	0,010	13,48			
0011	0,005	0,011	0,000	2,08			
1110	0,057	0,031	0,068	0,38			
1101	0,011	0,024	0,007	4,03			
1011	0,001	0,007	0,000	5,43			
0111	0,017	0,016	0,000	1,78			
1111	0,003	0,006	0,003	5,70			

A.3.3 Kolbenseitige Temperaturverteilung

Tabelle 24: Standardisierte Koeffizienten der Regressionsgleichungen zur Berechnung der Prognosewerte der standardisierten Zielgrößen der Temperaturverteilung auf dem kolbenseitigen Reibring

Standardisierte Zielgröße	$Z\{\hat{T}_{KS,MAX}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{\hat{T}_{KS,dom}}^{median}\}$	$Z\{T_{KS,pp,max}^{median}\}$	$Z\{\alpha_{T,K\bar{S}1}^{median}\}$
Reziproke des Eingangsvektors e	0001	0110	0010	0100
Breusch-Pagan	0,10	0,07	0,11	0,29
White	0,53	0,26	0,53	0,76
White nach Wooldridge	0,07	0,12	0,08	0,07
Jarque-Bera-Test	1,37	0,37	1,38	3,6
$R^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$	0,52	0,72	0,55	0,55
$R_{adj.}^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$	0,46	0,67	0,49	0,46
$R_{pred.}^2(\check{Y}(\mathbf{Z}_k), Y_k(\mathbf{Z}_k))$	0,34	0,60	0,39	0,35
C_1	0,00	0,00	-0,47	0,00
C_2	-0,07	0,00	0,00	0,00
C_3	-3,79	-2,79	-2,24	-5,07
C_4	0,00	2,09	0,00	1,85
C_{11}	0,00	0,00	-0,37	0,00
C_{12}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{13}	-0,51	-0,61	0,00	-0,55
C_{14}	0,00	0,89	0,00	-0,67
C_{22}	0,03	0,00	0,31	0,00
C_{23}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{24}	0,00	0,00	0,00	0,00
C_{33}	0,00	-0,98	0,00	0,47
C_{34}	3,13	3,17	2,87	4,79
C_{44}	0,00	-1,78	0,00	-1,40

Literaturverzeichnis

Allgeier, R.: [Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Bremsenquietschen, 2002]
Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Bremsenquietschen. VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 481, Düsseldorf 2002

Augsburg, K.; Brunner, H.; Grochowicz, J.: [Rubbilverhalten von Scheibenbremsen, 1999]
Untersuchungen zum Rubbilverhalten von Pkw-Schwimmsattelbremsen, erschienen in ATZ Band 101, 1999, S. 22-30

AVL: [AVL, Cameo User's Guide, 2010]
AVL Cameo 2010 User's Guide Basics; AVL List GmbH, Graz, 2010

Augsburg, K.: [Brake Pad Behaviour, 2003]
Comparison Between Different Investigation Methods of Quasi-Static and Dynamic Brake Pad Behaviour; in SAE-Paper 2003-01-3340, 2003

Baehr, H. D.; Stephan, K.: [Wärme- und Stoffübertragung, 2013]
Wärme- und Stoffübertragung; 8. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2013

Bellmann, L.: [Mechanisches Verhalten von Bremsbelagwerkstoffen, 2007]
Zum belastungsabhängigen mechanischen Verhalten von Bremsbelagwerkstoffen während des Bremsenquietschens; in VDI Bericht Nr. 2022, 2007, 2007

Bergmann, W.: [Bergmann Werkstofftechnik, 2008]
Werkstofftechnik 1; 6. Auflage, Hanser Verlag, 2008

Bertram, A.: [Festigkeitslehre, 2006]
Festigkeitslehre WS 2006; in Otto von Guericke Universität Magdeburg Institut für Mechanik, 2006

Bittner, C.: [Reduzierung des Bremsrubbels, 2006]
Reduzierung des Bremsrubbels bei Kraftfahrzeugen durch Optimierung der Fahrwerkslagerung; TU München, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, 2006

Bockenheimer, A.: [Vorlesung Werkstoffkunde der Kunststoffe, 2010]
Technische Universität Darmstadt Vorlesung Werkstoffkunde der Kunststoffe WS 2010/11 Kapitel 7-8, 2010

Bonnet, M.: [Kunststoffe in der Ingenieur Anwendung, 2009]
Kunststoffe in der Ingenieur Anwendung, Vieweg + Teubner, 2009

Bortz, J.; Döring, N.: [Forschungsmethoden, 2006]
Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler; 4. Auflage, Springer Medizin Verlag, Heidelberg, 2006

- Bourier, G.: [Beschreibende Statistik, 2013]
Beschreibende Statistik Praxisorientierte Einführung mit Aufgaben und Lösungen; 11. Auflage, Springer Gabler Verlag, Wiesbaden, 2013
- Brecht, J.: [Elastic properties of friction materials, 2003]
Elastic properties of friction materials; in SAE-Paper 2003-01-333, 2003
- Brecht, J.: [Materialeigenschaften von Reibwerkstoffen, 2003]
Materialeigenschaften von Reibwerkstoffen, XXII. Internationales μ -Symposium. in Bad Neuenahr, 2003
- Breuer, B.; Bill, K. H.: [Bremsenhandbuch, 2006]
Bremsenhandbuch; 3. Auflage, ATZ/MTZ Fachbuch, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag; Wiesbaden, 2006
- Brunner, A.: [Einführung in Stata, 2009]
Eine Einführung in Stata Regressionsanalyse; Vorlesungsfolien, Universität Würzburg, WS2009/10
- Bucher Gruppe: [Digitale Signalverarbeitung, Signal Analysis, 2010]
Digitale Signalverarbeitung: Standardabweichung, Nyquist-Shannon-Abtasttheorem, Fourier-Transformation; ISBN 978-1-158-79506-2 , 2010
- Burckhardt, M.: [Fahrwerktechnik, 1991]
Fahrwerktechnik: Bremsdynamik und Pkw-Bremsanlagen, Vogel Fachbuch, 1991
- Cristol-Bulthe, A.-L.; Desplanques, Y.: [Coupling of friction and thermal phenomena, 2006]
Coupling between friction physical mechanisms and transient thermal phenomena involved in pad-disc contact during railway braking, in Wear 263 (2007), S.1230–1242
- Christ, C.: [Applikation, 2006]
Applikation heute und in Zukunft; Seminar im Rahmen der Vorlesung für Verbrennungskraftmaschinen 06.-08.09.2006, Technische Universität Darmstadt, 2006
- Degenstein, T.: [Kraftmessung in Scheibenbremsen, 2007]
Kraftmessung in Scheibenbremsen; Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2007
- Deutsches Institut für Normung e.V.: [DIN 1306, 1984]
DIN 1306 Dichte Begriffe, Angaben; Beuth Verlag GmbH Berlin und Köln, 1984
- De Vries, A.; Wagner, M.: [Brake Judder Phenomenon, 1992]
The Brake Judder Phenomenon; International Congress and Ex-position, in: Detroit 24.-28.2.1992, (Hrsg.): SAE International, Warrendale, USA, 1992, S. 25-33
- Engel, H. G.: [Bremserrergete Lenkunruhe, 1998]
Systemansatz zur Untersuchung von Wahrnehmungen, Übertragung und Anregung bremserrergete Lenkunruhe in PKW; Dissertation, TU Darmstadt, 1998

- Fieldhouse, J. D.; Beveridge, C.: [Fieldhouse, Hot Judder, 2001]
An Experimental Investigation of Hot Judder; in SAE- Paper 2001-01-3135, 2001
- Fischer S., Sardá A., Winner H.: [Effects of different friction materials on hot judder, 2013]
Effects of different friction materials on hot judder – an experimental investigation;
EuroBrake 2013 – EB2013-TE-005; Dresden, 2013
- Flügge, W.: [Viscoelasticity, 1967]
Viscoelasticity, Blaisdell Publishing Company, 1967
- Fukano, A.; Matsui, H.: [Development of disk-brake design method, 1986]
Development of disc-brake design method using computer simulation of heat phenomena; in: SAE Technical Paper Series Nr. 860634, (Hrsg.): Society of Automobile Engineers, Detroit, 1986
- Grochowicz, J.: [Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen, 1995]
Experimentelle und rechnerische Untersuchungen zu Bremsdruck- und Bremsmomentschwankungen; in Technische Universität Dresden Institut für Verbrennungsmotoren und Kraftfahrzeuge (IVK), 1995
- Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W. A.: [Technische Mechanik 1, 2008]
Technische Mechanik 1; 10. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2008
- Haag, M.; Sardá, A.: [Einfluss der Bremsbelageigenschaften auf Heißrubbeln, 2007]
Untersuchung des Einflusses von Bremsbelageigenschaften auf die Entstehung von Heißrubbeln bei einer PKW-Radbremse; Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2007
- Hackl, P.: [Einführung Ökonomie, 2005]
Einführung in die Ökonometrie; Pearson Studium Verlag, München, 2005
- Haddad, Y.M.: [Viscoelasticity of engineering materials, 1995]
Viscoelasticity of engineering materials, Chapman & Hall, 1995
- Hill, R. C.; Griffiths, W. E.; Lim, G. C.: [Hill, Econometrics, 2011]
Principles of Econometrics; 4. Auflage, John Wiley & Sons Verlag, 2011
- Instustrial Measurements Systems, Inc.: [ETEK System : Example of Load.,]
Internetquelle <http://imsysinc.com/downloads/downloads.htm>;
- Inoue, H.: [Analysis of Brake Judder, 1986]
Analysis of Brake Judder caused by thermal Deformation of Brake Disc Rotors; in FISITA-Paper 865131, 1986
- Irretier, H.: [Schwingungstechnik, 2006]
Schwingungstechnik; 6. Auflage, Universität Kassel, 2006

- Jacobsson, H.: [Brake Judder Phenomenon, 2001]
The Brake Judder Phenomenon, Classification and Problem Approach, 2001
- Jacobsson, H.: [Disc brake judder, 2003]
Disc brake judder considering instantaneous disc thickness and spatial friction variation; in Proc. Instn Mech. Engrs Vol. 217 Part D: J. Automobile Engineering, 2003
- Jearsiripongkul, T.; Hochlenert, D.: [Disc Brake Squeal, 2006]
Disk Brake Squeal: Modeling and Active Control; in RAM 2006 IEEE 1-4244-0025, 2006
- Kao, T.K.; Richmond, J.W.; Douarre, A.: [Disc hot spotting, 2000]
Brake disc hot spotting and thermal judder: an experimental and finite element study; in Int. J. of Vehicle Design, Vol. 23, Nis 3/4, 2000, 2000
- Kleppmann, W.: [Kleppmann, Versuchsplanung, 2013]
Versuchsplanung Produkte und Prozesse optimieren; 8. Auflage, Praxisreihe Qualitätswissen, Carl Hanser Verlag, München, 2013
- Kolluri, D.K.; Boidin, X.; Desplanques, Y.; Degallaix, G.: [Graphite Particle size in friction materials, 2010]
Effect of Natural Graphite Particle size in friction materials on thermal localisation phenomenon during stop-braking, Wear 268 (2010), S.1472–1482
- König, D.; Sardá, A. : [Einfluss von Bremskomponenteneigenschaften auf Hotspots, 2008]
Analyse des Einflusses von Bremskomponenteneigenschaften und Bremsbedingungen auf die Entstehung von Hotspots an Pkw-Bremsscheiben; Bachelor-Thesis, Technische Universität Darmstadt, 2008
- Könning M., Nunes R., Fischer S., Winner H.: [Simulation of a brake system during hot judder]
Simulation of a brake system with respect to dynamic and thermal conditions during hot judder; EuroBrake 2014 – EB2014-BV-010, Lile, 2014
- Kubota, M.; Suenaga, T.; Doi, K.: [High-Speed Brake Judder, 1998]
A study of the Mechanism Causing High-Speed Brake Judder; in SAE-Paper 980594, 1998
- Kumara, M.; Boidin, X.; Desplanques, Y.: [Metallic Fillers in Friction Materials, 2011]
Influence of various metallic fillers in friction materials on hot-spot appearance during stop braking, Wear 270 (2011), S.371–381
- Kurze, T.; Ochs, T.; Nalepa, E.: [Elastische Konstanten von Bremsbelägen, 2009]
Untersuchung von elastischen Konstanten von Bremsbelägen, Firmeninterne Bachelor-Thesis Continental, Hochschule Darmstadt, 2009

- Lassenberger, S.; Beidl, C.: [Optimierung, 2012]
Verfahren zur Optimierung von Parametern in Hybrid-Betriebsstrategien; Masterthesis, Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Fahrzeugantriebe, Technische Universität Darmstadt, 2012
- Lee, K.; Dinwiddie, R. B.: [Conditions of Frictional Contact, 1998]
Conditions of Frictional Contact in Disk Brakes and their Effects on Brake Judder; in SAE-Paper 980598, 1998
- Little, E.; Kao, T.: [Influence of material properties on sliding contact, 1998]
Influence of material properties on sliding contact braking applications, SAE-Paper 982252, 1998
- Markert, R.: [Strukturdynamik, 2006]
Strukturdynamik, Technische Universität Darmstadt, 2006
- Masoomi, M.: [Damping behavior of friction materials, 2006]
Damping Behavior of the Phenolic Based Composite Friction Materials Containing Thermoplastic Elastomers (TPEs); in Iran.J.Chem.Chem. Eng. Vol.25, No.3, 2006, 2006
- Menges, G.; et al.: [Werkstoffkunde Kunststoffe, 2002]
Werkstoffkunde Kunststoffe, Hanser Verlag, 2002
- Nishizawa, Y.; Wakamatsu, S.: [Dynamic pad stiffness influencing brake squeal, 2007]
Study of dynamic pad stiffness influencing brake squeal, SAE-Paper 2007-01-3956, 2007
- Nonaka, H.: [Dynamik Pad Stiffness, 2010]
Considering the Dynamik Pad Stiffness in FEM Analysis of Disk Brake Squeal, 2010
- Oehl, K.-H.; Paul, H.-G.: [Bremsbeläge für Straßenfahrzeuge, 1990]
Bremsbeläge für Straßenfahrzeuge, Die Bibliothek der Technik, Band 49, Verlag moderne industrie, 1990
- Pickenhahn, J.; Straub, T.: [Bremsenhandbuch, 2004], S. 72
Bremsenhandbuch Kapitel 6: Auslegung und Simulation von Pkw-Bremsanlagen; Bremsenhandbuch; 3. Auflage, ATZ/MTZ Fachbuch, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag; Wiesbaden, 2006
- Sardá, A.: [Wirkungskette Hotspots, 2009]
Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln in Pkw-Scheibenbremsen; Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2009
- Sardá, A.; Seipel, G.; Winner, H.; Semsch, M.: [Wirkungskette Hotspots und Heißrubbeln, 2008]
Wirkungskette der Entstehung von Hotspots und Heißrubbeln in Scheibenbremsen; XXVIII. Internationales μ -Symposium. 24. Oktober 2008 in Bad Neuenahr, 2008

- Schmiedel, H.: [Kunststoffprüfung, 1992]
Handbuch der Kunststoffprüfung, Hanser Verlag, 1992
- Schumann, M.: [Analysemethode zur Beurteilung des Bremsscheibenverschleißes, 2007]
Analysemethode zur Beurteilung des ungleichförmigen Bremsscheibenverschleißes an PKW-Scheibenbremsen, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12 Nr. 635, ISBN 3-18-363512-2, Düsseldorf, 2007
- Siebertz, K.; van Bebber, D.; Hochkirchen, T.: [Statistische Versuchsplanung, 2010]
Statistische Versuchsplanung Design of Experiments (DoE); Springer Verlag, Berlin, 2010
- Steege, R.; Marx, F.: [Material compressibility of brake pads, 2008]
A new approach to material compressibility of brake pads; in SAE-Paper 2008-01-2572, 2008
- Steffen, T.; Bruns, R.: [Hotspotbildung, 1998]
Hotspotbildung bei Pkw-Bremsscheiben; in ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 100 (1998), 1998
- Steffen, T.: [Hot Spot Simulation, 2006]
Hot Spot Simulation, erschienen in Braking, 2006
- Stein, P.; Pavetic, M.; Noack, M.: [Multivariate Analyseverfahren, 2010]
Multivariate Analyseverfahren; Vorlesungsskript, Universität Duisburg-Essen, 2010
- Stoetzer, M.-W.: [Regressionsanalyse, 2010]
Methoden der empirischen Wirtschaftsforschung: Die Regressionsanalyse; Vorlesungsskript, Fachhochschule Jena, WS 2010/11
- Tonchev, A., Hirschberg W.: [Modellierung Bremsbelag, 2007]
Modellierung der Hysterese- und Adhäsionseffekte zwischen Bremsbelag und Brems-scheibe; in Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12, Nr.657; 2007 XXVII. Internationales μ -Symposium, Bremsen- Fachtagung, 2007
- Thureson: [Material properties on sliding contact, 2004]
Influence of material properties on sliding contact braking applications, erschienen in Wear 257, 2004
- Verein Deutscher Ingenieure:[VDI 3830, 2004]
Werkstoff- und Bauteildämpfung, Einteilung und Übersicht, Beuth Verlag, 2004
- Waller, H.; Schmidt, R.: [Schwingungslehre, 1989]
Schwingungslehre für Ingenieure; BI-Verlag, Zürich, 1989
- Wegmann, E.; Stenkamp, A.: [Model approach for friction materials, 2011]
Model Approach for a Load and Frequency Dependent Stiffness in Friction Materials; in SAE-Paper 2011-01-2352, 2011

Wegmann, E.; Stenkamp, A.; Dohle, A.: [Viscoelastic properties of brake pads, 2009]
Relation between compressibility and viscoelastic material properties of a brake pad; in
SAE-Paper 2009-01-3017, 2009

Wooldridge, J. M.: [Econometric Analysis, 2002]
Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data; The MIT Press, Cambridge,
2002

Yuhas, D. E.: [Non-linear Aspects of Friction Material Elastic Constants, 2006] Non-
linear Aspects of Friction Material Elastic Constants; in SAE-Paper 2006-01-3193, 2006
